

14 Toepassingen van de differentiaalrekening

Voorkennis De afgeleide functie

Bladzijde 94

- 1 a $y = x^3 - \frac{4}{x^3} = x^3 - 4x^{-3}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 12x^{-4} = 3x^2 + \frac{12}{x^4}$.
- b $N = 0,3 \cdot e^{2t}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 0,3 \cdot e^{2t} \cdot 2 = 0,6 \cdot e^{2t}$.
- c $B = 3(2a - 7)^5$ geeft $\frac{dB}{da} = 15(2a - 7)^4 \cdot 2 = 30(2a - 7)^4$.
- d $y = \sqrt{2x - 7} = (2x - 7)^{\frac{1}{2}}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 0,5(2x - 7)^{-0,5} \cdot 2 = \frac{1}{(2x - 7)^{0,5}} = \frac{1}{\sqrt{2x - 7}}$.
- e $F = \frac{5}{(5p - 3)^4} = 5(5p - 3)^{-4}$ geeft $\frac{dF}{dp} = -20(5p - 3)^{-5} \cdot 5 = \frac{-100}{(5p - 3)^5}$.
- f $G = n^{3,3} - 4n^{0,3} + 2^{1,3n}$ geeft $\frac{dG}{dn} = 3,3n^{2,3} - 1,2n^{-0,7} + 2^{1,3n} \cdot \ln(2) \cdot 1,3 = 3,3n^{2,3} - 1,2n^{-0,7} + 1,3 \cdot \ln(2) \cdot 2^{1,3n}$.

Bladzijde 95

- 2 a $R = 5q^{0,52} - q^{1,12}$ geeft $\frac{dR}{dq} = 2,6q^{-0,48} - 1,12q^{0,12}$.
- $q = 2$ geeft $\frac{dR}{dq} = 2,6 \cdot 2^{-0,48} - 1,12 \cdot 2^{0,12} = 0,646...$
- De gevraagde snelheid is 0,65 euro per stuk.
- b $\frac{dR}{dq} = 0$ geeft $2,6q^{-0,48} - 1,12q^{0,12} = 0$.
- Voer in $y_1 = 2,6x^{-0,48} - 1,12x^{0,12}$.
- De optie nulpunt geeft $x = 4,06...$
- $q = 4,06...$ geeft $R \approx 5,558$, dus de maximale opbrengst is ongeveer 5560 euro.
- 3 a $W = 14 - 0,04t - \sqrt{225 - 0,86t} = 14 - 0,04t - (225 - 0,86t)^{0,5}$ geeft
- $$\frac{dW}{dt} = -0,04 - 0,5(225 - 0,86t)^{-0,5} \cdot -0,86 = -0,04 + \frac{0,43}{(225 - 0,86t)^{0,5}} = -0,04 + \frac{0,43}{\sqrt{225 - 0,86t}}$$
- Voer in $y_1 = -0,04 + \frac{0,43}{\sqrt{225 - 0,86x}}$.
- De optie nulpunt geeft $x \approx 127$.
- De grondwaterstand is minimaal voor $t = 127$.
- $t = 127$ geeft $W \approx -1,84$, dus de minimale grondwaterstand is -1,84 m.
- b Bij 15 juni hoort $t = 14$.
- $t = 14$ geeft $\frac{dW}{dt} = -0,04 + \frac{0,43}{\sqrt{225 - 0,86 \cdot 14}} \approx -0,011$.
- De gevraagde snelheid is 0,011 meter per dag.
- c $t = 0$ geeft $W = -1$.
- Voer in $y_1 = 14 - 0,04x - \sqrt{225 - 0,86x}$ en $y_2 = -1$.
- De optie snijpunt geeft $x = 212,5$.
- Het duurde 213 dagen.

14.1 Optimaliseren

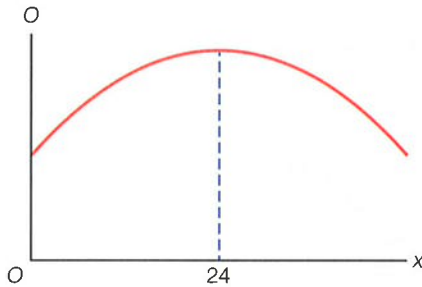
Bladzijde 96

$$\begin{aligned} \text{a } \left. \begin{aligned} \text{lengte omheining} &= x + x + 10 + y + y + 6 = 2x + 2y + 16 \\ \text{lengte omheining} &= 120 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2x + 2y + 16 &= 120 \\ 2y &= 104 - 2x \\ y &= 52 - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } \left. \begin{aligned} O &= \text{lengte} \times \text{breedte} = (x + 10)(y + 6) \\ y &= 52 - x \end{aligned} \right\} \begin{aligned} O &= (x + 10)(58 - x) \\ O &= 58x - x^2 + 580 - 10x \\ O &= -x^2 + 48x + 580 \end{aligned}$$

$$\text{c } O = -x^2 + 48x + 580 \text{ geeft } \frac{dO}{dx} = -2x + 48.$$

$$\begin{aligned} \frac{dO}{dx} = 0 \text{ geeft } -2x + 48 &= 0 \\ -2x &= -48 \\ x &= 24 \end{aligned}$$



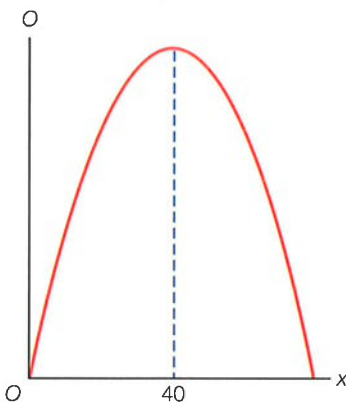
Uit de schets blijkt dat de oppervlakte maximaal is voor $x = 24$.

$$\text{d } \text{De maximale oppervlakte is } O_{\max} = -24^2 + 48 \cdot 24 + 580 = 1156 \text{ m}^2.$$

Bladzijde 97

$$\text{2 } O = -4,8x^2 + 384x \text{ geeft } \frac{dO}{dx} = -9,6x + 384.$$

$$\begin{aligned} \frac{dO}{dx} = 0 \text{ geeft } -9,6x + 384 &= 0 \\ -9,6x &= -384 \\ x &= 40 \end{aligned}$$



Uit de schets blijkt dat de oppervlakte maximaal is voor $x = 40$.

Dus $AD = 2x = 80 \text{ m}$ en $AB = 2y = 2(-1,2 \cdot 40 + 96) = 96 \text{ m}$.

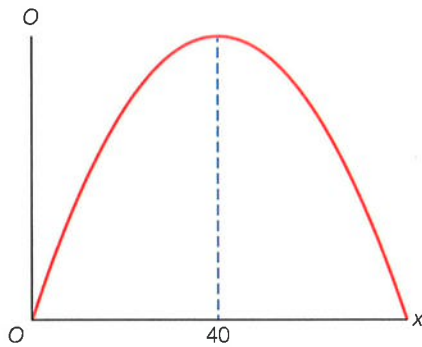
$$\begin{aligned} \text{3 a } \text{lengte omheining} &= 2x - 10 + 2y = 2x + 2y - 10 \\ \text{lengte omheining} &= 150 \text{ meter (gegeven)} \\ \text{Dus } 2x + 2y - 10 &= 150. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } 2x + 2y - 10 &= 150 \\ 2y &= -2x + 160 \\ y &= -x + 80 \end{aligned}$$

$$\text{c } y = -x + 80 \text{ invullen in } O = x \cdot y \text{ geeft } O = x \cdot (-x + 80) = -x^2 + 80x.$$

d $O = -x^2 + 80x$ geeft $\frac{dO}{dx} = -2x + 80$.

$$\begin{aligned}\frac{dO}{dx} = 0 & \text{ geeft } -2x + 80 = 0 \\ -2x & = -80 \\ x & = 40\end{aligned}$$



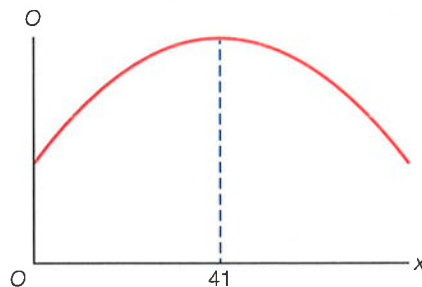
Uit de schets volgt dat de oppervlakte maximaal is voor $x = 40$.

$x = 40$ geeft $y = -40 + 80 = 40$, dus de oppervlakte is maximaal als het weiland 40 bij 40 meter is.

4 a $\left. \begin{aligned} \text{lengte omheining} &= x + x + 14 + y + y + 6 = 2x + 2y + 20 \\ \text{lengte omheining} &= 200 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2x + 2y + 20 &= 200 \\ 2x + 2y &= 180 \\ x + y &= 90 \\ y &= -x + 90 \end{aligned}$

b $\left. \begin{aligned} O &= \text{lengte} \times \text{breedte} = (x + 14)(y + 6) \\ y &= -x + 90 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} O &= (x + 14)(-x + 96) \\ O &= -x^2 + 96x - 14x + 1344 \\ O &= -x^2 + 82x + 1344 \end{aligned}$

c $O = -x^2 + 82x + 1344$ geeft $\frac{dO}{dx} = -2x + 82$
 $\frac{dO}{dx} = 0$ geeft $-2x + 82 = 0$
 $-2x = -82$
 $x = 41$



Uit de schets blijkt dat de oppervlakte maximaal is voor $x = 41$.

Dus $AB = 41 + 14 = 55$ m.

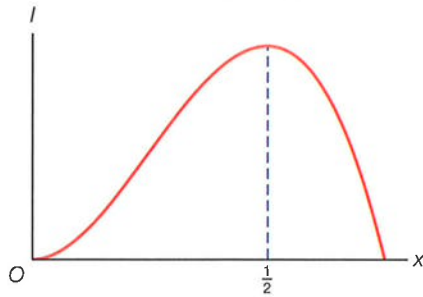
$x = 41$ geeft $y = -41 + 90 = 49$, dus $AD = 49 + 6 = 55$ m.

5 a $\left. \begin{aligned} \text{lengte ribben} &= 4 \cdot 2x + 4 \cdot x + 4 \cdot h = 12x + 4h \\ \text{lengte ribben} &= 9 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 12x + 4h &= 9 \\ 4h &= 9 - 12x \\ h &= 2\frac{1}{4} - 3x \end{aligned}$

b $\left. \begin{aligned} I &= 2x \cdot x \cdot h \\ h &= 2\frac{1}{4} - 3x \end{aligned} \right\} \begin{aligned} I &= 2x^2(2\frac{1}{4} - 3x) \\ I &= 4\frac{1}{2}x^2 - 6x^3 \end{aligned}$

c $I = 4\frac{1}{2}x^2 - 6x^3$ geeft $\frac{dI}{dx} = 9x - 18x^2$

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dx} = 0 &\text{ geeft } 9x - 18x^2 = 0 \\ &x(9 - 18x) = 0 \\ &x = 0 \text{ of } 9 - 18x = 0 \\ &x = 0 \text{ of } -18x = -9 \\ &x = 0 \text{ of } x = \frac{1}{2}\end{aligned}$$



Uit de schets blijkt dat de inhoud maximaal is voor $x = \frac{1}{2}$.

Bladzijde 98

- 6 a De variabelen x en y spelen een rol.
 b $O = y \cdot (x + 6)$
 c $\left. \begin{aligned} \text{lengte omheining} &= x + x + 6 + y = 2x + y + 5 \\ \text{lengte omheining} &= 200 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2x + y + 6 &= 200 \\ y &= -2x + 194 \end{aligned}$
 d $y = -2x + 194$ invullen in $O = y \cdot (x + 6)$ geeft $O = (-2x + 194)(x + 6)$
 $O = -2x^2 - 12x + 194x + 1164$
 $O = -2x^2 + 182x + 1164$

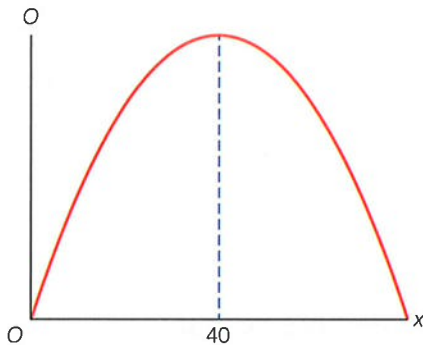
Dus $a = -2$, $b = 182$ en $c = 1164$.

Bladzijde 100

- 7 a $\left. \begin{aligned} \text{lengte hekwerk} &= 4 \cdot 3x + 2 \cdot 3y + 2y = 12x + 6y + 2y = 12x + 8y \\ \text{lengte hekwerk} &= 960 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 12x + 8y &= 960 \\ 8y &= -12x + 960 \\ y &= -1\frac{1}{2}x + 120 \end{aligned}$
 $O = 3y \cdot 3x = 9xy \left\{ \begin{aligned} O &= 9x(-1\frac{1}{2}x + 120) \\ y &= -1\frac{1}{2}x + 120 \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} O &= -13\frac{1}{2}x^2 + 1080x \end{aligned} \right.$

b $O = -13\frac{1}{2}x^2 + 1080x$ geeft $\frac{dO}{dx} = -27x + 1080$.

$$\begin{aligned}\frac{dO}{dx} = 0 &\text{ geeft } -27x + 1080 = 0 \\ -27x &= -1080 \\ x &= 40\end{aligned}$$



Uit de schets blijkt dat de oppervlakte maximaal is voor $x = 40$.

De maximale oppervlakte is $O_{\max} = -13\frac{1}{2} \cdot 40^2 + 1080 \cdot 40 = 21\,600 \text{ m}^2$.

$x = 40$ geeft $y = -1\frac{1}{2} \cdot 40 + 120 = 60$.

De lengte is $3 \cdot 60 = 180 \text{ m}$ en de breedte is $3 \cdot 40 = 120 \text{ m}$.

- 8 a** De afmetingen van de bodem zijn dan $20 - 2 \cdot 3 = 14$ cm bij $30 - 2 \cdot 3 = 24$ cm en de hoogte is 3 cm.

De inhoud is $14 \cdot 24 \cdot 3 = 1008 \text{ cm}^3$.

b $I = (20 - 2x) \cdot (30 - 2x) \cdot x$

$$I = (600 - 40x - 60x + 4x^2) \cdot x$$

$$I = (600 - 100x + 4x^2) \cdot x$$

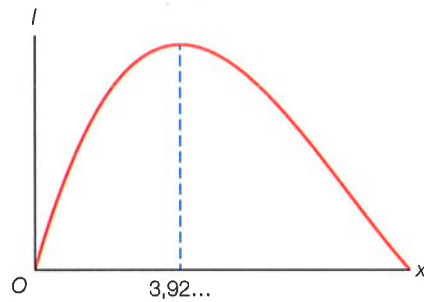
$$I = 4x^3 - 100x^2 + 600x$$

$$\frac{dI}{dx} = 12x^2 - 200x + 600$$

$$\frac{dI}{dx} = 0 \text{ geeft } 12x^2 - 200x + 600 = 0.$$

Voer in $y_1 = 12x^2 - 200x + 600$ met x tussen 0 en 10.

De optie nulpunt geeft $x = 3,92\dots$



De inhoud is maximaal voor $x = 3,9$.

- 9 a** Stel de breedte is y meter.

$$K = (2y + x) \cdot 70 + x \cdot 140 = 210x + 140y$$

$$O = x \cdot y$$

$$O = 600 \text{ geeft } x \cdot y = 600.$$

$$K = 210x + 140y$$

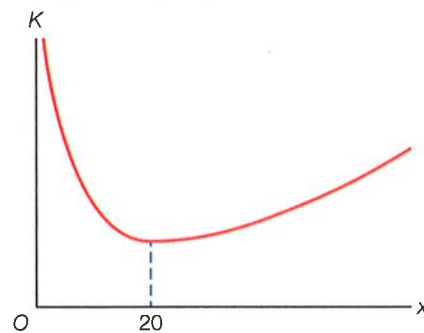
$$xy = 600, \text{ dus } y = \frac{600}{x} \left\} K = 210x + 140 \cdot \frac{600}{x} = 210x + \frac{84000}{x}.$$

c $K = 210x + 84000x^{-1}$ geeft $\frac{dK}{dx} = 210 - 84000x^{-2}.$

$$\text{Los op } \frac{dK}{dx} = 0.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 210 - 84000x^{-2}.$$

De optie nulpunt geeft $x = 20$.



Uit de schets blijkt dat de kosten minimaal zijn voor $x = 20$.

$$x = 20 \text{ geeft } y = \frac{600}{20} = 30.$$

De kosten zijn minimaal als de afmetingen van het parkeerterrein 20 bij 30 meter zijn.

Bladzijde 101

- 10 a**
- $K = \text{kosten bodem} + \text{kosten zijkanten}$

Stel de hoogte is h dm.

$$K = x \cdot 2x \cdot 0,4 + (2 \cdot xh + 2 \cdot 2xh) \cdot 0,2 = 0,8x^2 + 1,2xh$$

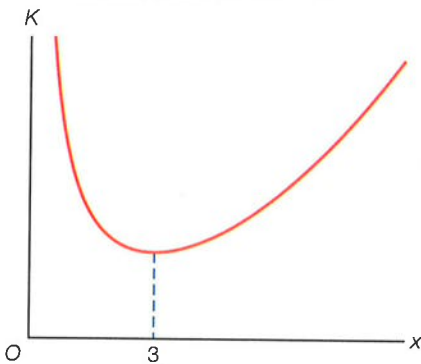
$$\left. \begin{array}{l} I = x \cdot 2x \cdot h = 2x^2h \\ I = 72 \end{array} \right\} 2x^2h = 72, \text{ dus } h = \frac{72}{2x^2} = \frac{36}{x^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} K = 0,8x^2 + 1,2x \cdot \frac{36}{x^2} \\ K = 0,8x^2 + \frac{43,2}{x} \\ K = 0,8x^2 + \frac{216}{5x} \end{array} \right\}$$

$$\text{b } K = 0,8x^2 + \frac{216}{5x} = 0,8x^2 + \frac{43,2}{x} = 0,8x^2 + 43,2x^{-1} \text{ geeft } \frac{dK}{dx} = 1,6x - 43,2x^{-2}$$

$$\text{Los op } \frac{dK}{dx} = 0.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 1,6x - 43,2x^{-2}.$$

De optie nulpunt geeft $x = 3$.Uit de schets blijkt dat de kosten minimaal zijn voor $x = 3$.

$$x = 3 \text{ geeft } h = \frac{36}{3^2} = 4.$$

Dus K is minimaal bij de afmetingen 3 bij 6 bij 4 dm.

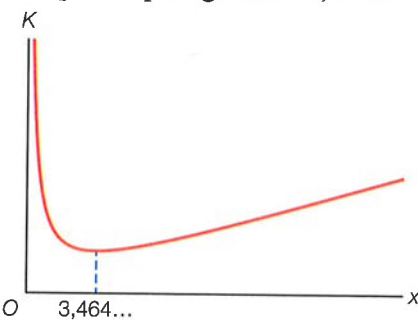
$$\text{11 } \left. \begin{array}{l} \text{oppervlakte} = 2x^2 + 2xy \\ \text{oppervlakte} = 72 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x^2 + 2xy = 72 \\ x^2 + xy = 36 \\ xy = 36 - x^2 \\ y = \frac{36}{x} - x \end{array}$$

$$K = y \cdot 50 + 2x \cdot 100 = 200x + 50y = 200x + 50 \cdot \left(\frac{36}{x} - x \right) = 200x + \frac{1800}{x} - 50x = 150x + \frac{1800}{x}$$

$$K = 150x + \frac{1800}{x} = 150x + 1800x^{-1} \text{ geeft } \frac{dK}{dx} = 150 - 1800x^{-2}.$$

$$\text{Los op } \frac{dK}{dx} = 0.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 150 - 1800x^{-2}.$$

De optie nulpunt geeft $x = 3,464\dots$ Uit de schets blijkt dat de kosten minimaal zijn voor $x = 3,464\dots$

$$x = 3,464\dots \text{ geeft } y = \frac{36}{3,464\dots} - 3,464\dots \approx 6,93.$$

De afmetingen zijn 3,46 bij 3,46 bij 6,93 meter.

12 a $K_{\text{bodem}} = 24x^2$
 $K_{\text{zijanten}} = 4 \cdot xy \cdot 18 = 72xy$
 $K_{\text{bodem}} + K_{\text{zijanten}} = 288$
 $24x^2 + 72xy = 288$
 $72xy = 288 - 24x^2$

$$y = \frac{288 - 24x^2}{72x} = \frac{12 - x^2}{3x}$$

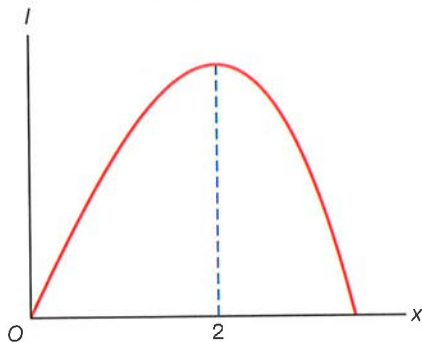
$$I = x \cdot x \cdot y = x^2 \cdot \frac{12 - x^2}{3x} = \frac{x^2(12 - x^2)}{3x} = \frac{12x^2 - x^4}{3x} = 4x - \frac{1}{3}x^3$$

b $I = 4x - \frac{1}{3}x^3$ geeft $\frac{dI}{dx} = 4 - x^2$.

$$\frac{dI}{dx} = 0 \text{ geeft } 4 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$



Uit de schets blijkt dat I maximaal is voor $x = 2$.

$$x = 2 \text{ geeft } y = \frac{12 - 2^2}{3 \cdot 2} = \frac{1}{3} \text{ en } I_{\text{max}} = 4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 = 5\frac{1}{3}.$$

De afmetingen zijn 2 bij 2 bij $1\frac{1}{3}$ m en de maximale inhoud is $5\frac{1}{3} \text{ m}^3$.

c Er geldt dan $24x^2 + 72xy = a$

$$72xy = a - 24x^2$$

$$y = \frac{a - 24x^2}{72x}$$

$$I = x^2y = x^2 \cdot \frac{a - 24x^2}{72x} = \frac{x^2(a - 24x^2)}{72x} = \frac{ax^2 - 24x^4}{72x} = \frac{1}{72}ax - \frac{1}{3}x^3$$

d $I = \frac{1}{72}ax - \frac{1}{3}x^3$ geeft $\frac{dI}{dx} = \frac{1}{72}a - x^2$.

$$\frac{dI}{dx} = 0 \text{ geeft } \frac{1}{72}a - x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{72}a$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{72}a}$$

Dus de inhoud is maximaal voor $x = \sqrt{\frac{1}{72}a}$.

Bladzijde 102

13 $FP = 2000 - x$ en $EP = \sqrt{x^2 + 40\,000}$
 Voor de aanlegkosten K in euro's geldt

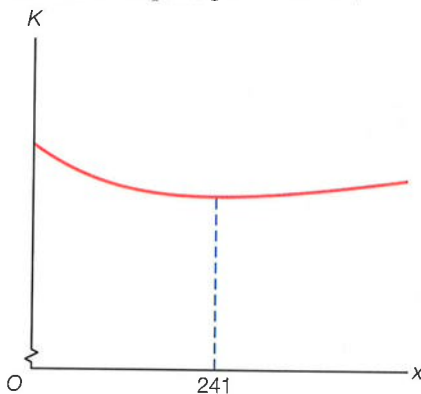
$$K = 65\sqrt{x^2 + 40\,000} + 50(2000 - x) = 65\sqrt{x^2 + 40\,000} - 50x + 100\,000.$$

$$K = 65(x^2 + 40\,000)^{0,5} - 50x + 100\,000 \text{ geeft } \frac{dK}{dx} = 32,5(x^2 + 40\,000)^{-0,5} \cdot 2x - 50 = \frac{65x}{\sqrt{x^2 + 40\,000}} - 50.$$

Los op $\frac{dK}{dx} = 0$.

Voer in $y_1 = \frac{65x}{\sqrt{x^2 + 40\,000}} - 50$.

De optie nulpunt geeft $x \approx 241$.



Uit de schets blijkt dat de kosten minimaal zijn voor $x = 241$.
 Dus $AP = 241$ meter.

14.2 Regels voor de afgeleide**Bladzijde 104**

14 a

x	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	5	8
y_2	5	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$

b De afgeleide van $y = \ln(x)$ is $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$.

Bladzijde 105

15 $\frac{16,6}{(4t+5) \cdot \ln(10)} = \frac{\left(\frac{16,6}{\ln(10)}\right)}{4t+5} \approx \frac{7,21}{4t+5}$
 Dus $a = 7,21$.

16 a $y = \ln(3x - 2)$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x-2} \cdot 3 = \frac{3}{3x-2}$.

b $y = x^2 - 3 \cdot \ln(1,5x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2x - 3 \cdot \frac{1}{1,5x} \cdot 1,5 = 2x - \frac{3}{x}$.

c $y = 5 \cdot {}^2\log(0,2x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 5 \cdot \frac{1}{0,2x \cdot \ln(2)} \cdot 0,2 = \frac{5}{x \cdot \ln(2)}$.

d $y = 3x - \log(6x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 3 - \frac{1}{6x \cdot \ln(10)} \cdot 6 = 3 - \frac{1}{x \cdot \ln(10)}$.

17 a $y = \log(x^2 + x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(x^2 + x) \cdot \ln(10)} \cdot (2x + 1) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x) \cdot \ln(10)}$.

b $y = 2 - \ln(4x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 0 - \frac{1}{4x} \cdot 4 = -\frac{1}{x}$.

c $y = 6 \cdot {}^5\log(x^2)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 6 \cdot \frac{1}{x^2 \cdot \ln(5)} \cdot 2x = \frac{12x}{x^2 \cdot \ln(5)} = \frac{12}{x \cdot \ln(5)}$.

d $y = 3x - 5 \cdot \ln(x^2 + 6)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 3 - 5 \cdot \frac{1}{x^2 + 6} \cdot 2x = 3 - \frac{10x}{x^2 + 6}$.

18 a $N = 10t + 3 \cdot \log(5t)$ geeft $\frac{dN}{dt} = 10 + 3 \cdot \frac{1}{5t \cdot \ln(10)} \cdot 5 = 10 + \frac{3}{t \cdot \ln(10)}$.

b $K = \ln(q^2 + q)$ geeft $\frac{dK}{dq} = \frac{1}{q^2 + q} \cdot (2q + 1) = \frac{2q + 1}{q^2 + q}$.

c $P = 3a^2 - {}^{0,5}\log(1,4a)$ geeft $\frac{dP}{da} = 6a - \frac{1}{1,4a \cdot \ln(0,5)} \cdot 1,4 = 6a - \frac{1}{a \cdot \ln(0,5)}$.

d $B = 5 \cdot \ln(3 - n) + 3^n$ geeft $\frac{dB}{dn} = 5 \cdot \frac{1}{3 - n} \cdot -1 + 3^n \cdot \ln(3) = \frac{-5}{3 - n} + 3^n \cdot \ln(3)$.

19 a $N = 1500 \cdot \log(2t + 4) - 50t$ geeft

$$\frac{dN}{dt} = 1500 \cdot \frac{1}{(2t + 4) \cdot \ln(10)} \cdot 2 - 50 = \frac{3000}{2(t + 2) \cdot \ln(10)} - 50 = \frac{1500}{(t + 2) \cdot \ln(10)} - 50.$$

Dus $a = \frac{1500}{\ln(10)} \approx 651$.

b $\frac{dN}{dt} = 0$ geeft $\frac{651}{t + 2} - 50 = 0$.

Voer in $y_1 = \frac{651}{x + 2} - 50$.

De optie nulpunt geeft $x = 11,02$.

Na ongeveer 11 dagen is N maximaal.

c Los op $\frac{dN}{dt} = 100$, dus $\frac{651}{t + 2} - 50 = 100$.

Voer in $y_2 = 100$.

De optie snijpunt geeft $x = 2,34$.

Dus voor $t = 2,3$.

d Voer in $y_1 = 1500 \cdot \log(2x + 4) - 50x$.

De optie maximum geeft $x = 11,02...$ en $y = 1572,4...$

$0,9 \cdot 1572,4... = 1415,2...$

Voer in $y_2 = 1415,2...$

De optie snijpunt geeft $x = 3,93...$ en $x = 22,28...$

Dus $22,28... - 3,93... \approx 18$ dagen.

20 a $p'(x) = 9x^2 - 14x$

b $f(x) = x^2$ geeft $f'(x) = 2x$.

$g(x) = 3x - 7$ geeft $g'(x) = 3$.

$f'(x) \cdot g'(x) = 2x \cdot 3 = 6x$

Dus $p'(x) \neq f'(x) \cdot g'(x)$.

c $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = 2x \cdot (3x - 7) + x^2 \cdot 3$
 $= 6x^2 - 14x + 3x^2$
 $= 9x^2 - 14x = p'(x)$

Bladzijde 106

21 a $y = 2x \cdot \ln(x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2 \cdot \ln(x) + 2x \cdot \frac{1}{x} = 2 \cdot \ln(x) + 2$.

b $y = x^3 \cdot \log(x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 3x^2 \cdot \log(x) + x^3 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln(10)} = 3x^2 \cdot \log(x) + \frac{x^2}{\ln(10)}$.

c $y = x\sqrt{x+1} = x(x+1)^{0,5}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 1 \cdot (x+1)^{0,5} + x \cdot 0,5(x+1)^{-0,5} = \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$.

d $y = 3^x \cdot {}^2\log(x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 3^x \cdot \ln(3) \cdot {}^2\log(x) + 3^x \cdot \frac{1}{x \cdot \ln(2)} = \ln(3) \cdot 3^x \cdot {}^2\log(x) + \frac{3^x}{x \cdot \ln(2)}$.

22 a $y = 2x\sqrt{3x-1} = 2x(3x-1)^{0,5}$ geeft

$$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot (3x-1)^{0,5} + 2x \cdot 0,5(3x-1)^{-0,5} \cdot 3 = 2\sqrt{3x-1} + \frac{3x}{\sqrt{3x-1}}.$$

b $y = 3x^2 \cdot e^{3x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 6x \cdot e^{3x} + 3x^2 \cdot e^{3x} \cdot 3 = 6x \cdot e^{3x} + 9x^2 \cdot e^{3x}$.

c $y = (1+2x) \cdot 2^{3x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2 \cdot 2^{3x} + (1+2x) \cdot 2^{3x} \cdot \ln(2) \cdot 3 = 2 \cdot 2^{3x} + 3 \cdot \ln(2) \cdot (1+2x) \cdot 2^{3x}$.

d $y = 5x \cdot {}^3\log(x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 5 \cdot {}^3\log(x) + 5x \cdot \frac{1}{x \cdot \ln(3)} = 5 \cdot {}^3\log(x) + \frac{5}{\ln(3)}$.

23 a $N = t \cdot \ln(3t)$ geeft $\frac{dN}{dt} = 1 \cdot \ln(3t) + t \cdot \frac{1}{3t} \cdot 3 = \ln(3t) + 1$.

b $B = 2q(1+2^q)$ geeft $\frac{dB}{dq} = 2(1+2^q) + 2q \cdot 2^q \cdot \ln(2) = 2(1+2^q) + 2 \cdot \ln(2) \cdot q \cdot 2^q$.

c $R = q\sqrt{3q^2+5} - 6q = q(3q^2+5)^{0,5} - 6q$ geeft

$$\frac{dR}{dq} = 1 \cdot (3q^2+5)^{0,5} + q \cdot 0,5(3q^2+5)^{-0,5} \cdot 6q - 6 = \sqrt{3q^2+5} + \frac{3q^2}{\sqrt{3q^2+5}} - 6.$$

d $L = 5 \cdot \log(x) + 5x \cdot \ln(x)$ geeft

$$\frac{dL}{dx} = 5 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln(10)} + 5 \cdot \ln(x) + 5x \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{x \cdot \ln(10)} + 5 \cdot \ln(x) + 5.$$

Bladzijde 107

24 a $t(x) = 3x + 2$ geeft $t'(x) = 3$, $n(x) = x + 2$ geeft $n'(x) = 1$, dus $\frac{t'(x)}{n'(x)} = \frac{3}{1} = 3$.

b De grafiek van $q(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ is een hyperbool en bij een hyperbool is niet overal de helling gelijk aan 3.

Bladzijde 108

25 a $y = \frac{x-2}{x+5}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(x+5) \cdot 1 - (x-2) \cdot 1}{(x+5)^2} = \frac{x+5-x+2}{(x+5)^2} = \frac{7}{(x+5)^2}$.

b $y = \frac{x^3}{2x^2+1}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(2x^2+1) \cdot 3x^2 - x^3 \cdot 4x}{(2x^2+1)^2} = \frac{6x^4+3x^2-4x^4}{(2x^2+1)^2} = \frac{2x^4+3x^2}{(2x^2+1)^2}$.

c $y = \frac{x-2}{3-x^2} + x^2$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(3-x^2) \cdot 1 - (x-2) \cdot (-2x)}{(3-x^2)^2} + 2x = \frac{3-x^2+2x^2-4x}{(3-x^2)^2} + 2x = \frac{x^2-4x+3}{(3-x^2)^2} + 2x$.

26 a $y = \frac{\ln(x)}{x^2+x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2+x) \cdot \frac{1}{x} - \ln(x) \cdot (2x+1)}{(x^2+x)^2} = \frac{x+1-(2x+1) \cdot \ln(x)}{(x^2+x)^2}$.

b $y = \frac{100}{2^{2x+5}}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{2^{2x+5} \cdot 0 - 100 \cdot 2^{2x+5} \cdot \ln(2) \cdot 2}{(2^{2x+5})^2} = \frac{-200 \cdot \ln(2) \cdot 2^{2x+5}}{(2^{2x+5})^2} = \frac{-200 \cdot \ln(2)}{2^{2x+5}}$.

Alternatieve uitwerking

$$y = \frac{100}{2^{2x+5}} = 100 \cdot 2^{-2x-5} \text{ geeft } \frac{dy}{dx} = 100 \cdot 2^{-2x-5} \cdot \ln(2) \cdot -2 = \frac{-200 \cdot \ln(2)}{2^{2x+5}}.$$

c $y = \frac{e^{3x}}{5x-1}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(5x-1) \cdot e^{3x} \cdot 3 - e^{3x} \cdot 5}{(5x-1)^2} = \frac{3(5x-1) \cdot e^{3x} - 5 \cdot e^{3x}}{(5x-1)^2}$.

$$27 \quad a \quad R = \frac{q^2}{q^2 + 2} \text{ geeft } \frac{dR}{dq} = \frac{(q^2 + 2) \cdot 2q - q^2 \cdot 2q}{(q^2 + 2)^2} = \frac{2q^3 + 4q - 2q^3}{(q^2 + 2)^2} = \frac{4q}{(q^2 + 2)^2}.$$

$$b \quad W = \frac{p}{1 + \ln(p)} \text{ geeft } \frac{dW}{dp} = \frac{(1 + \ln(p)) \cdot 1 - p \cdot \frac{1}{p}}{(1 + \ln(p))^2} = \frac{1 + \ln(p) - 1}{(1 + \ln(p))^2} = \frac{\ln(p)}{(1 + \ln(p))^2}.$$

$$c \quad F = t^2 \cdot \ln(4t - 1) \text{ geeft } \frac{dF}{dt} = 2t \cdot \ln(4t - 1) + t^2 \cdot \frac{1}{4t - 1} \cdot 4 = 2t \cdot \ln(4t - 1) + \frac{4t^2}{4t - 1}.$$

$$d \quad N(t) = \frac{200}{1 + 40e^{-0,2t}} \text{ geeft } N'(t) = \frac{(1 + 40e^{-0,2t}) \cdot 0 - 200 \cdot 40e^{-0,2t} \cdot -0,2}{(1 + 40e^{-0,2t})^2} = \frac{1600e^{-0,2t}}{(1 + 40e^{-0,2t})^2}.$$

$$e \quad B(n) = \frac{5}{4 - 2^{3n}} \text{ geeft } B'(n) = \frac{(4 - 2^{3n}) \cdot 0 - 5 \cdot -2^{3n} \cdot \ln(2) \cdot 3}{(4 - 2^{3n})^2} = \frac{15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{3n}}{(4 - 2^{3n})^2}$$

$$f \quad G(p) = (4p + 1)\sqrt{p^2 + 1} = (4p + 1)(p^2 + 1)^{0,5} \text{ geeft}$$

$$G'(p) = 4 \cdot (p^2 + 1)^{0,5} + (4p + 1) \cdot 0,5(p^2 + 1)^{-0,5} \cdot 2p = 4\sqrt{p^2 + 1} + \frac{p(4p + 1)}{\sqrt{p^2 + 1}} = 4\sqrt{p^2 + 1} + \frac{4p^2 + p}{\sqrt{p^2 + 1}}.$$

$$28 \quad a \quad P(t) = \frac{100(t^2 - t + 1)}{t^2 + 1} \text{ geeft}$$

$$P'(t) = \frac{(t^2 + 1) \cdot 100(2t - 1) - 100(t^2 - t + 1) \cdot 2t}{(t^2 + 1)^2} = \frac{200t^3 - 100t^2 + 200t - 100 - 200t^3 + 200t^2 - 200t}{(t^2 + 1)^2} = \frac{100t^2 - 100}{(t^2 + 1)^2}$$

$$P'(1,5) = \frac{100 \cdot 1,5^2 - 100}{(1,5^2 + 1)^2} \approx 11,8$$

Het zuurstofgehalte in de vijver neemt na anderhalve week toe met 11,8% per week.

$$b \quad P'(t) = 0 \text{ geeft } 100t^2 - 100 = 0$$

$$100t^2 = 100$$

$$t^2 = 1$$

$$t = 1$$

Dus na 1 week, oftewel 7 dagen, is het zuurstofgehalte minimaal.

$$c \quad \text{Los op } \frac{100(t^2 - t + 1)}{t^2 + 1} = 85.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{100(x^2 - x + 1)}{x^2 + 1} \text{ en } y_2 = 85.$$

De optie snijpunt geeft $x = 15$.

Dus na $15 \cdot 7 = 105$ dagen is het zuurstofniveau voor 85% hersteld.

$$d \quad \text{Los op } \frac{100t^2 - 100}{(t^2 + 1)^2} > 10.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{100x^2 - 100}{(x^2 + 1)^2} \text{ en } y_2 = 10.$$

De optie snijpunt geeft $x = 1,328...$ en $x = 2,497...$

$$2,497... - 1,328... = 1,169... \text{ weken} \approx 8 \text{ dagen}$$

Dus de snelheid is ongeveer 8 dagen meer dan 10% per week.

$$e \quad P'(7) = \frac{100 \cdot 7^2 - 100}{(7^2 + 1)^2} = 1,92$$

$$P(7) = \frac{100(7^2 - 7 + 1)}{7^2 + 1} = 86$$

Er moet nog 14% bij met een snelheid van 1,92% per week. Het duurt dus nog

$$\frac{14}{1,92} = 7,291 \text{ weken} \approx 51 \text{ dagen tot het oorspronkelijke zuurstofniveau weer bereikt}$$

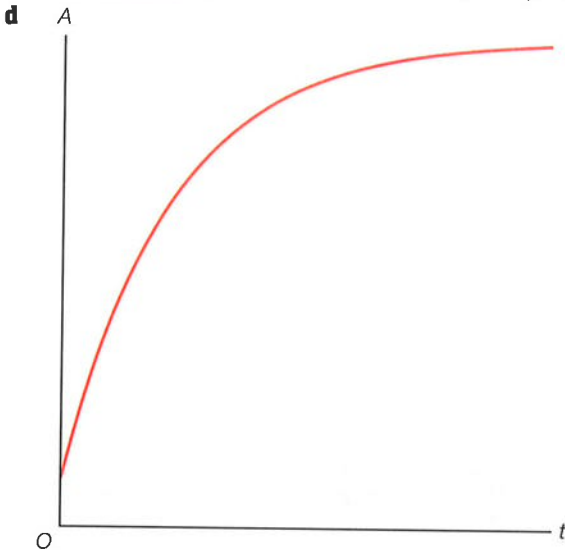
wordt.

In totaal duurt het dus $49 + 51 = 100$ dagen vanaf het dumpen van het afval.

14.3 Redeneren met formules

Bladzijde 110

- 29** a Als t heel groot wordt, dan nadert $90 \cdot 0,8^t$ tot 0, dus dan wordt $A = 100 - 90 \cdot 0,8^t \approx 100 - 0 = 100$.
- b Als t toeneemt, dan neemt $0,8^t$ af, dus dan neemt $90 \cdot 0,8^t$ af, dus dan neemt $100 - 90 \cdot 0,8^t$ toe.
- c Als t toeneemt, dan neemt $A = 100 - 90 \cdot 0,8^t$ toe, dus de grafiek van A is stijgend.



De grafiek is inderdaad stijgend.

Bladzijde 112

- 30** a Als t toeneemt, dan neemt $0,5^t$ af, dus ook $32 \cdot 0,5^t$ neemt af, dus ook $1 + 32 \cdot 0,5^t$ neemt af, dus $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^t}$ neemt toe.
Dus de zonnebloem wordt voortdurend hoger.
- b $t = 3$ geeft $h = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^3} = 52$.
Dus 52 cm hoog.
- c Als t heel groot wordt, nadert $0,5^t$ tot 0. Dan wordt $32 \cdot 0,5^t \approx 0$ en $1 + 32 \cdot 0,5^t \approx 1$.
Dus dan wordt $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^t} \approx \frac{260}{1} = 260$, dus de grenswaarde is 260 cm.
- d Los op $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^t} = 250$.
Voer in $y_1 = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^x}$ en $y_2 = 250$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 9,64$.
Dus vanaf $t = 9,7$.
- 31** a Als t toeneemt, dan neemt $0,7^t$ af, dus $1 - 0,7^t$ neemt toe, dus ook $1200(1 - 0,7^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.
- b Als t heel groot wordt, dan nadert $0,7^t$ tot 0. Dan wordt $1 - 0,7^t \approx 1$. Dus dan wordt $1200(1 - 0,7^t) \approx 1200 \cdot 1 = 1200$, dus het verzadigingsniveau is 1200 leerlingen.
De lijn is $N = 1200$.
De praktische betekenis van het verzadigingsniveau is dat er 1200 leerlingen op de school zitten.
- c Los op $1200(1 - 0,7^t) = 950$.
Voer in $y_1 = 1200(1 - 0,7^x)$ en $y_2 = 950$.
De optie snijpunt geeft $x = 4,398...$
Dus na 4 uur en $0,398... \times 60 \approx 24$ minuten, dat is om 13:24 uur.

- 32 a** Omdat $2^{-0,23t} = (2^{-0,23})^t \approx 0,85^t$ geldt: als t heel groot wordt, dan nadert $2^{-0,23t}$ tot 0. Dan wordt $13 \cdot 2^{-0,23t} \approx 0$ en $20 + 13 \cdot 2^{-0,23t} \approx 20$. Dus dan wordt $\frac{500}{20 + 13 \cdot 2^{-0,23t}} \approx \frac{500}{20} = 25$, dus het verzadigingsniveau is 25.
- b** Als t toeneemt, dan neemt ook e^t toe, dus ook $2,1 \cdot e^t$ neemt toe, dus ook $8 + 2,1 \cdot e^t$ neemt toe, dus $\frac{720}{8 + 2,1 \cdot e^t}$ neemt af. Dus de grafiek van N is dalend.
- c** Als t toeneemt, dan neemt $1,5^t$ toe, dus ook $1 + 1,5^t$ neemt toe, dus ook $8000(1 + 1,5^t)$ neemt toe. Dus de grafiek van N is stijgend.
- d** Als t heel groot wordt, dan nadert $0,8^t$ tot 0. Dan wordt $50 \cdot 0,8^t \approx 0$. Dus dan wordt $160 - 50 \cdot 0,8^t \approx 160 - 0 = 160$, dus de grenswaarde is 160.

- 33 a** De toename is $\frac{961 - 705}{705} \times 100\% \approx 36,3\%$.
- b** $g_{10 \text{ dagen}} = \frac{280}{63}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{280}{63}\right)^{\frac{1}{10}} \approx 1,1609$. Het groeipercentage per dag is 16,1%.
- c** Op 23 april om 0:00 is $t = 22$, dat is 7 dagen na $t = 15$. Dit geeft $N = 63 \cdot 1,16^7 \approx 178$, dus 178 fruitvliegjes.
- d** Voor $t = 45$ is de telling 961 en geeft de formule $N = \frac{1035}{1 + 210 \cdot e^{-0,17 \cdot 45}} \approx 958$. De afwijking is $\frac{961 - 958}{961} \times 100\% \approx 0,3\%$.
- e** Omdat $e^{-0,175t} = (e^{-0,175})^t \approx 0,84^t$ geldt: als t heel groot wordt, dan nadert $e^{-0,175t}$ tot 0. Dan wordt $210 \cdot e^{-0,175t} \approx 0$ en $1 + 210 \cdot e^{-0,175t} \approx 1$. Dus dan wordt $\frac{1035}{1 + 210 \cdot e^{-0,175t}} \approx \frac{1035}{1} = 1035$, dus het verzadigingsniveau is 1035. Dat is in overeenstemming met de verwachting van de bioloog.

Bladzijde 114

- 34 a** Voor $t = 0,5$ geeft de formule $P = \frac{92}{2,39^{0,5}} + \frac{32}{1,04^{0,5}} + 10 \approx 100,9$. En het is niet mogelijk je meer dan 100% van de woorden te herinneren.
- b** De helft is 50 procent, dus los op $\frac{92}{2,39^t} + \frac{32}{1,04^t} + 10 = 50$.
Voer in $y_1 = \frac{92}{2,39^x} + \frac{32}{1,04^x} + 10$ en $y_2 = 50$.
De optie snijpunt geeft $x = 2,445\dots$
Het duurt 2 minuten en $0,445\dots \times 60 \approx 27$ seconden.
- c** Als t heel groot wordt, nadert $\frac{92}{2,39^x}$ tot 0 en ook nadert $\frac{32}{1,04^x}$ tot 0. Dus dan wordt $\frac{92}{2,39^x} + \frac{32}{1,04^x} + 10 \approx 0 + 0 + 10 = 10$, dus de grenswaarde is 10. Dat betekent dat op den duur nog 10% van de woorden correct wordt herinnerd.
- d** $P = \frac{92}{2,39^t} + \frac{32}{1,04^t} + 10 = 92 \cdot 2,39^{-t} + 32 \cdot 1,04^{-t} + 10$
 $= 92 \cdot (2,39^{-1})^t + 32 \cdot (1,04^{-1})^t + 10 \approx 92 \cdot 0,418^t + 32 \cdot 0,962^t + 10$
Dus $a = 0,418$ en $b = 0,962$.

- 35 a** y neemt toe
b y neemt af
c y neemt af
d y neemt toe

Bladzijde 115

36 a $y = 5x^{-3} = \frac{5}{x^3}$

Als x toeneemt, dan neemt x^3 toe, dus $\frac{5}{x^3}$ neemt af.

De grafiek van y is dalend.

- b** Als x heel groot wordt, dan wordt $3x$ heel groot en dan wordt $3x + 1$ heel groot, dus dan nadert $\frac{20}{3x+1}$ tot 0 en dan wordt $100 - \frac{20}{3x+1} \approx 100 - 0 = 100$.

Dus de grenswaarde is 100.

Als x heel groot wordt, dan wordt x^2 heel groot en dan wordt $x^2 + 1$ heel groot, dus dan nadert $\frac{10}{x^2+1}$ tot 0 en dan wordt $\frac{10}{x^2+1} - 5 \approx 0 - 5 = -5$.

Dus de grenswaarde is -5.

Als x heel groot wordt, dan nadert $0,8^x$ tot 0, dus dan is $50 \cdot 0,8^x \approx 0$.

Als x heel groot wordt, dan wordt $\sqrt{x}$ heel groot.

Als x heel groot wordt dan wordt van $\frac{50 \cdot 0,8^x}{\sqrt{x}}$ de teller ongeveer nul en de noemer heel groot, dus dan wordt $\frac{50 \cdot 0,8^x}{\sqrt{x}} \approx 0$.

De grenswaarde is 0.

37 a stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt $\frac{100}{x}$ af, dus dan neemt $250 - \frac{100}{x}$ toe.

Dus de grafiek van y is stijgend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan nadert $\frac{100}{x}$ tot 0, dus dan wordt $250 - \frac{100}{x} \approx 250 - 0 = 250$.

Dus de grenswaarde is 250.

b stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt $0,98^x$ af en $100 \cdot 0,98^x$ neemt af.

Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe en $x^2 + 1$ neemt toe.

Van $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2 + 1}$ neemt de teller af en de noemer toe, dus $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2 + 1}$ neemt af.

Dus de grafiek van y is dalend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan nadert $0,98^x$ tot 0, dus dan wordt $100 \cdot 0,98^x \approx 0$.

Als x heel groot wordt, dan wordt x^2 heel groot, dus dan wordt $x^2 + 1$ heel groot.

Als x heel groot wordt, dan wordt van $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2 + 1}$ de teller ongeveer nul en de noemer heel groot, dus dan nadert $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2 + 1}$ tot 0.

De grenswaarde is 0.

c stijgen of dalen

Als t toeneemt, dan neemt $0,75^t$ af, dus dan neemt $3 \cdot 0,75^t$ af en daarom neemt $2 - 3 \cdot 0,75^t$ toe.

Dus ook $1250(2 - 3 \cdot 0,75^t)$ neemt toe.

Dus de grafiek van N is stijgend.

grenswaarde

Als t heel groot wordt, dan nadert $0,75^t$ tot 0, dus dan wordt $3 \cdot 0,75^t \approx 0$ en dan wordt $2 - 3 \cdot 0,75^t \approx 2 - 0 = 2$. Dus dan wordt $1250(2 - 3 \cdot 0,75^t) \approx 1250 \cdot 2 = 2500$.

De grenswaarde is 2500.

Bladzijde 116**38 a** stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe, dus dan neemt $\frac{12}{x^2}$ af en dan neemt $25 + \frac{12}{x^2}$ ook af.

Dus de grafiek van y is dalend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan wordt x^2 heel groot, dus dan nadert $\frac{12}{x^2}$ tot 0 en dan wordt $25 + \frac{12}{x^2} \approx 25 + 0 = 25$.

De grenswaarde is 25.

b stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt $\sqrt{x}$ toe, dus dan neemt $2 + \sqrt{x}$ toe en dan neemt $\frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ dus af. Daarom neemt $40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ toe.

De grafiek van y is stijgend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan wordt $\sqrt{x}$ heel groot, dus dan wordt $2 + \sqrt{x}$ heel groot en dan nadert $\frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ tot 0. Dus dan wordt $40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}} \approx 40 - 0 = 40$.

De grenswaarde is 40.

c stijgen of dalen

Als t toeneemt, dan neemt $0,65^t$ af, dus dan neemt $333 \cdot 0,65^t$ af, dus ook

$250 + 333 \cdot 0,65^t$ neemt af. Daarom neemt $\frac{18000}{250 + 333 \cdot 0,65^t}$ toe.

De grafiek van N is stijgend.

grenswaarde

Als t heel groot wordt, dan nadert $0,65^t$ tot 0, dus dan wordt $333 \cdot 0,65^t \approx 0$ en dan wordt $250 + 333 \cdot 0,65^t \approx 250 + 0 = 250$. Dan wordt $\frac{18000}{250 + 333 \cdot 0,65^t} \approx \frac{18000}{250} = 72$.

De grenswaarde is 72.

39 a Als x toeneemt, dan neemt $\frac{x}{22}$ toe, dus dan neemt $3 + \frac{x}{22}$ toe.

Daarom neemt $x\left(3 + \frac{x}{22}\right)$ ook toe.

De grafiek van A is stijgend.

b Als x toeneemt, dan neemt $x^{2,3}$ toe, dus dan neemt $x^{2,3} + 1$ toe.

Als x toeneemt, dan neemt $0,3^x$ af, dus dan neemt $20 \cdot 0,3^x$ af.

Van $\frac{x^{2,3} + 1}{20 \cdot 0,3^x}$ neemt de teller toe en de noemer af, dus $\frac{x^{2,3} + 1}{20 \cdot 0,3^x}$ neemt toe.

De grafiek van B is stijgend.

c Omdat $e^{2x} = (e^2)^x \approx 7,4^x$ geldt: als x toeneemt, dan neemt e^{2x} toe, dus dan neemt $e^{2x} + 1$ toe.

Omdat $e^{-x} = (e^{-1})^x \approx 0,4^x$ geldt: als x toeneemt, dan neemt e^{-x} af, dus dan neemt $1 + e^{-x}$ af.

Van $\frac{e^{2x} + 1}{1 + e^{-x}}$ neemt de teller toe en de noemer af, dus $\frac{e^{2x} + 1}{1 + e^{-x}}$ neemt toe.

De grafiek van C is stijgend.

40 a Als v toeneemt, dan neemt v^2 toe, dus dan neemt (bij gelijkblijvende f) ook $\frac{v^2}{25f}$ toe.

Dus als v toeneemt neemt L toe, oftewel bij een hogere snelheid hoort een langere remweg.

b Als f afneemt, dan neemt $25f$ af, dus dan neemt (bij gelijkblijvende v) $\frac{v^2}{25f}$ toe.

Dus als f afneemt, neemt L toe, oftewel bij minder grip hoort een langere remweg.

c $L = 38$ geeft $\frac{v^2}{25f} = 38$, dus $25f \cdot 38 = v^2$

$$f = \frac{v^2}{25 \cdot 38} = \frac{v^2}{950}$$

Dus $f = \frac{1}{950} v^2$.

d Bij een snelheid van a km/uur is $L = \frac{a^2}{25f}$.

Bij een 20% hogere snelheid, dus bij $v = 1,2a$ is $L = \frac{(1,2a)^2}{25f} = \frac{1,44a^2}{25f} = 1,44 \cdot \frac{a^2}{25f}$.

Dus de lengte van de remweg neemt met 44% toe bij een 20% hogere snelheid.

e $L = 40$ geeft $\frac{v^2}{25f} = 40$, dus $v^2 = 1000f$ en $v = \sqrt{1000f}$.

8,4% toename van f , dus vul in de formule $1,084f$ in voor f .

Je krijgt $v = \sqrt{1000 \cdot 1,084f} = \sqrt{1,084} \cdot \sqrt{1000f}$.

Dus $\sqrt{1,084} \approx 1,041$ keer zo hoge snelheid, dat is 4,1% hoger.

41 Voor de grote schildpad geldt $\frac{g}{\beta} = 0,17$.

Voor de kleine schildpad is l kleiner dan bij de grote, terwijl g gelijk is.

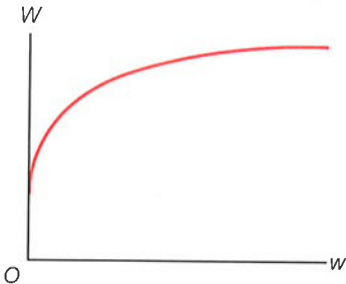
Dus de teller is gelijk en de noemer is kleiner, dus de breuk $\frac{g}{\beta}$ is groter. Dus voor de kleine schildpad is $\frac{g}{\beta} > 0,17$, dus deze verkeert in voldoende conditie.

Bladzijde 117

42 a $T = 33$ en $G = 33 + (T - 33) \cdot W$ geeft $G = 33 + (33 - 33)W = 33 + 0W = 33$.

Dus bij een luchttemperatuur van 33°C is de gevoelstemperatuur 33°C ongeacht de windsnelheid.

b Voer in $y_1 = 0,474 + 0,454\sqrt{x} \cdot (1 - 0,1\sqrt{x})$.



De grafiek van W is afnemend stijgend.

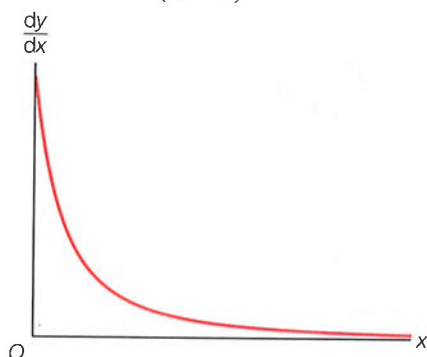
- c Voor temperaturen rond het vriespunt geldt $T \approx 0$, dus dan is $T - 33$ negatief. De grafiek van G daalt dus als W toeneemt. Uit de schets blijkt dat W toeneemt als w toeneemt. Dus de gevoelstemperatuur neemt af als de windsnelheid toeneemt.

14.4 Redeneren met de afgeleide

Bladzijde 119

43 a $y = 50 - \frac{10}{2x+3}$ geeft $\frac{dy}{dx} = -\frac{(2x+3) \cdot 0 - 10 \cdot 2}{(2x+3)^2} = \frac{20}{(2x+3)^2}$.

b Voer in $y_1 = \frac{20}{(2x+3)^2}$.



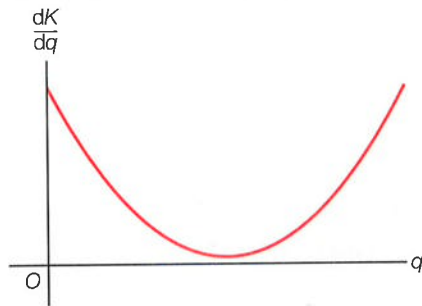
- c Omdat de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ geheel boven de x -as ligt voor elke $x \geq 0$, is de grafiek van y stijgend voor elke $x \geq 0$.

Bladzijde 120

- 44 Omdat $\frac{dE}{dx} < 0$ heb je met een dalende grafiek van E te maken. Hoe groter $\frac{dE}{dx}$ hoe minder de daling is, dus bij het maximum van $\frac{dE}{dx}$ hoort de kleinste daling.

- 45 a $K = \frac{1}{3}q^3 - 5q^2 + 26q + 100$ geeft $\frac{dK}{dq} = q^2 - 10q + 26$.

Voer in $y_1 = x^2 - 10x + 26$.

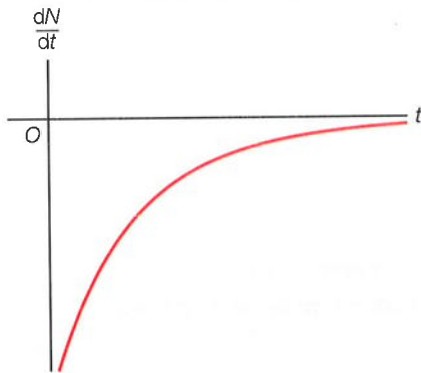


De grafiek van $\frac{dK}{dq}$ ligt geheel boven de q -as, dus de grafiek van K is stijgend.

- b De optie minimum geeft $x = 5$.
De grafiek stijgt het minst voor $q = 5$.

- 46 a $N = 100(0,9^t + 0,8^t)$ geeft $\frac{dN}{dt} = 100(0,9^t \cdot \ln(0,9) + 0,8^t \cdot \ln(0,8))$.

Voer in $y_1 = 100(0,9^x \cdot \ln(0,9) + 0,8^x \cdot \ln(0,8))$.



De grafiek van $\frac{dN}{dt}$ ligt geheel onder de t -as, dus de grafiek van N is dalend.

- b $t = 1$ geeft $\frac{dN}{dt} = 100(0,9^1 \cdot \ln(0,9) + 0,8^1 \cdot \ln(0,8)) = -27,33\dots$

$\frac{1}{2} \cdot -27,33\dots = -13,66\dots$, dus los op $\frac{dN}{dt} = -13,66\dots$

Voer in $y_2 = -13,66\dots$

De optie snijpunt geeft $x \approx 4,94$, dus voor $t = 4,94$ is de snelheid de helft van de snelheid op $t = 1$.

- 47 a De teller 20 is positief en de noemer $(2x + 3)^2$ is ook positief. Dus $\frac{20}{(2x + 3)^2}$ is positief.

Dus $\frac{dy}{dx} > 0$ voor $x \geq 0$.

- b $\frac{dy}{dx}$ is de helling van de grafiek van y . Als geldt dat $\frac{dy}{dx} > 0$ voor $x \geq 0$ dan is de helling van de grafiek van y dus positief voor $x \geq 0$. Een positieve helling betekent dat de grafiek van y stijgend is voor $x \geq 0$.

Bladzijde 121

48 $y = 0,5t - 15$ is een lineaire formule.

$t = 0$ geeft $y = -15$ en $t = 30$ geeft $y = 0$, dus voor $0 < t < 30$ is $0,5t - 15$ kleiner dan 0.

49 a $N = \frac{200t}{50-t}$ geeft $\frac{dN}{dt} = \frac{(50-t) \cdot 200 - 200t \cdot -1}{(50-t)^2} = \frac{10000 - 200t + 200t}{(50-t)^2} = \frac{10000}{(50-t)^2}$

De teller 10000 is positief en de noemer $(50-t)^2$ is positief voor $0 < t < 50$, dus $\frac{dN}{dt}$ is positief.

De grafiek van N is dus stijgend.

b $M = 50 \cdot 0,85^t$ geeft $\frac{dM}{dt} = 50 \cdot 0,85^t \cdot \ln(0,85) \approx -8,1 \cdot 0,85^t$.

$0,85^t$ is positief, dus $-8,1 \cdot 0,85^t$ is negatief.

Dus de grafiek van M is dalend.

50 a $F(q) = 0,1q + \ln(50q + 100)$ geeft $F'(q) = 0,1 + \frac{1}{50q + 100} \cdot 50 = 0,1 + \frac{1}{q + 2}$.

De teller 1 is positief en de noemer $q + 2$ is positief voor $q \geq 0$, dus $F'(q)$ is positief voor $q \geq 0$.

De grafiek van F is dus stijgend.

b $F'(5) = 0,1 + \frac{1}{5+2} = 0,242\dots$

$F'(10) = 0,1 + \frac{1}{10+2} = 0,183\dots$

$\frac{0,183\dots - 0,242\dots}{0,242\dots} \times 100\% \approx -24,5\%$

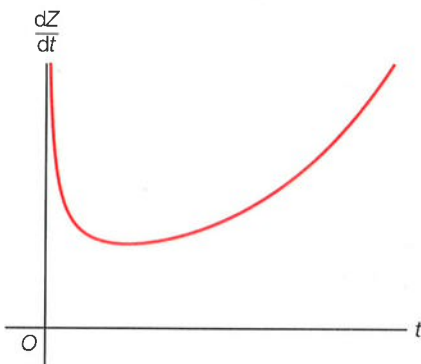
De snelheid neemt dan dus met 24,5% af.

51 a $Z = 100(e^{0,1t} + t^{0,4})$ geeft $\frac{dZ}{dt} = 100(e^{0,1t} \cdot 0,1 + 0,4t^{-0,6}) = 10e^{0,1t} + 40t^{-0,6} = 10e^{0,1t} + \frac{40}{t^{0,6}}$.

$10e^{0,1t}$ is positief voor $t \geq 0$ en $\frac{40}{t^{0,6}}$ is positief voor $t \geq 0$, dus $\frac{dZ}{dt}$ is positief voor $t \geq 0$.

De grafiek van Z is dus stijgend.

b Voer in $y_1 = 10e^{0,1x} + \frac{40}{x^{0,6}}$.



De optie minimum geeft $x \approx 5,2$ en $y \approx 31,7$.

De minimale snelheid is 31,7.

Bladzijde 122

52 a Als $p = 100$, dan wordt de noemer 0 en delen door 0 kan niet. Het is dus niet mogelijk om 100% van de verontreiniging te verwijderen.

b $p = 90$ geeft $B = \frac{60000 \cdot 90}{100 - 90} = 540000$.

$p = 95$ geeft $B = \frac{60000 \cdot 95}{100 - 95} = 1140000$.

Het is dus $\frac{1140000 - 540000}{540000} \times 100\% \approx 111,1\%$ duurder.

c $B = \frac{60\,000p}{100-p}$ geeft

$$\frac{dB}{dp} = \frac{(100-p) \cdot 60\,000 - 60\,000p \cdot (-1)}{(100-p)^2} = \frac{6\,000\,000 - 60\,000p + 60\,000p}{(100-p)^2} = \frac{6\,000\,000}{(100-p)^2}$$

De teller 6 000 000 is positief en de noemer $(100-p)^2$ is ook positief voor

$0 < p < 100$, dus $\frac{dB}{dp}$ is positief voor $0 < p < 100$. De grafiek van B is dus stijgend.

Hoe meer je van de chemische stof verwijdert, des te hoger zijn dus de kosten.

d $B = 1\,000\,000$ geeft $\frac{60\,000p}{100-p} = 1\,000\,000$
 $60\,000p = 100\,000\,000 - 1\,000\,000p$
 $1\,060\,000p = 100\,000\,000$
 $p \approx 94,3$

Er blijft dus nog ongeveer 5,7% van de chemische stof aanwezig.

e Er geldt $q = 100 - p$ en dus $p = 100 - q$.

Dat geeft $B = \frac{60\,000(100-q)}{100-(100-q)} = \frac{-60\,000q + 6\,000\,000}{q} = -60\,000 + \frac{6\,000\,000}{q}$.

Dus $a = -60\,000$ en $b = 6\,000\,000$.

53 a $t = 0$ en $N = 1,9$ geeft $\frac{7}{1+b \cdot e^0} = 1,9$
 $\frac{7}{1+b} = 1,9$
 $1+b = \frac{7}{1,9}$
 $b = \frac{7}{1,9} - 1 = 2,684... \approx 2,68$

$t = 4$ en $N = 5,2$ geeft $\frac{7}{1+2,684... \cdot e^{4c}} = 5,2$
 $1+2,684... \cdot e^{4c} = \frac{7}{5,2}$

Voer in $y_1 = 1 + 2,684... \cdot e^{4x}$ en $y_2 = \frac{7}{5,2}$.

De optie snijpunt geeft $x = -0,512...$, dus $c \approx -0,51$.

b Voer in $y_1 = \frac{7}{1+2,68 \cdot e^{-0,51x}}$ en $y_2 = 6,5$.

De optie snijpunt geeft $x = 6,96...$

Dat is in het jaar $2015 + 7 = 2022$.

c $N = \frac{7}{1+2,68 \cdot e^{-0,51t}}$ geeft

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(1+2,68 \cdot e^{-0,51t}) \cdot 0 - 7 \cdot 2,68 \cdot e^{-0,51t} \cdot (-0,51)}{(1+2,68 \cdot e^{-0,51t})^2} = \frac{9,5676 \cdot e^{-0,51t}}{(1+2,68 \cdot e^{-0,51t})^2}$$

De teller is positief en de noemer is ook positief.

De grafiek van N is dus stijgend.

d Voer in $y_1 = \frac{9,5676 \cdot e^{-0,51x}}{(1+2,68 \cdot e^{-0,51x})^2}$.

De optie maximum geeft $x = 1,93...$ en $y = 0,89...$

Dus voor $t = 1,9$.

14.5 De afgeleide en soorten van stijgen en dalen

Bladzijde 124

54 a toenemende stijging

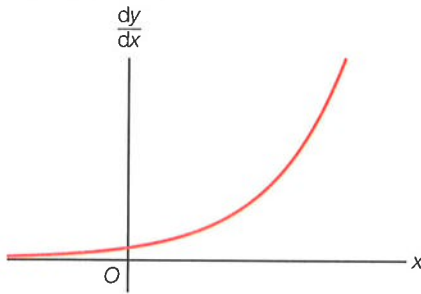
b De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

c Omdat $\frac{dy}{dx}$ stijgend is, neemt de helling van y dus voortdurend toe. De grafiek van y is dus toenemend stijgend.

Bladzijde 125

55 a $y = 0,05(1 + 4e^{0,5x})$ geeft $\frac{dy}{dx} = 0,05 \cdot 4e^{0,5x} \cdot 0,5 = 0,1e^{0,5x}$.

Voer in $y_1 = 0,1e^{0,5x}$.

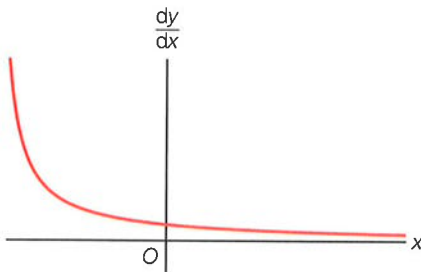


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is toenemend stijgend.

b $y = \ln(2x + 15)$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x + 15} \cdot 2 = \frac{2}{2x + 15}$

Voer in $y_1 = \frac{2}{2x + 15}$.



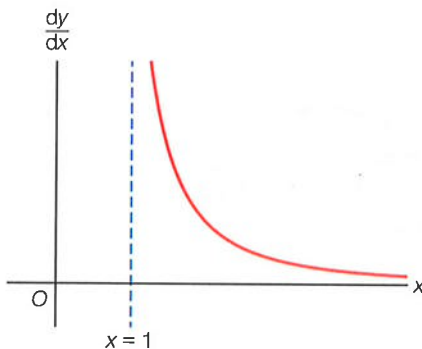
De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is afnemend stijgend.

c $y = \frac{30 - 10x}{1 - x}$ geeft

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1-x) \cdot -10 - (30-10x) \cdot -1}{(1-x)^2} = \frac{10x - 10 + 30 - 10x}{(1-x)^2} = \frac{20}{(1-x)^2}$$

Voer in $y_1 = \frac{20}{(1-x)^2}$.

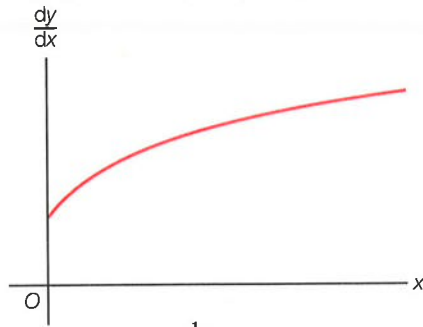


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is afnemend stijgend.

d $y = x \cdot \ln(x+4)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 1 \cdot \ln(x+4) + x \cdot \frac{1}{x+4} = \ln(x+4) + \frac{x}{x+4}$.

Voer in $y_1 = \ln(x+4) + \frac{x}{x+4}$.



De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is toenemend stijgend.

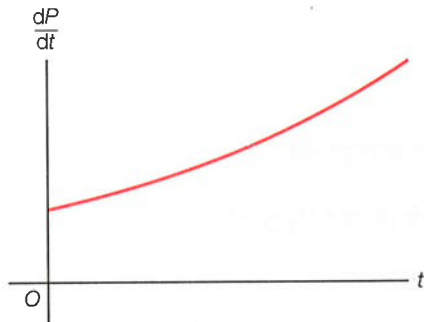
Bladzijde 126

56 a $t = 0$ geeft $P = 2,35(1 + e^{0,0275 \cdot 0}) = 4,7$.
 $t = 35$ geeft $P = 2,35(1 + e^{0,0275 \cdot 35}) = 8,50\dots$

De procentuele toename is $\frac{8,50\dots - 4,7}{4,7} \times 100\% \approx 81\%$.

b $P = 2,35(1 + e^{0,0275t})$ geeft $\frac{dP}{dt} = 2,35 \cdot e^{0,0275t} \cdot 0,0275 = 0,0064625 e^{0,0275t}$.

Voer in $y_1 = 0,0064625 e^{0,0275x}$.



De grafiek van $\frac{dP}{dt}$ ligt geheel boven de t -as, dus de grafiek van P is stijgend.

De grafiek van $\frac{dP}{dt}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van P is toenemend stijgend.

- c Voor de wereldbevolking in miljarden geldt $N = b \cdot g^t$ met $b = 6,5$ en t de tijd in jaren met $t = 0$ halverwege 2005.

$g_{15 \text{ jaar}} = \frac{7,8}{6,4}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{7,8}{6,4}\right)^{\frac{1}{15}} \approx 1,012$.

Voor januari 2010 geldt $N = 6,5 \cdot 1,012^{4,5} = 6,85\dots$ en $P = 2,35(1 + e^{0,0275 \cdot 30}) = 7,71\dots$,
dus waren er $0,0771\dots \cdot 6,85\dots \approx 0,529$ miljard mensen met diabetes.

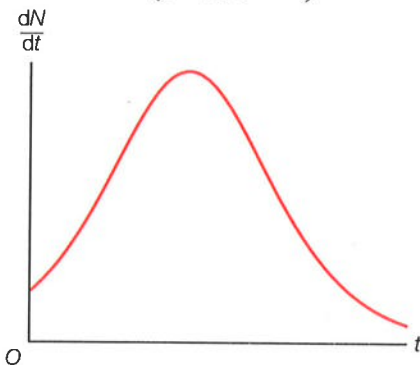
Voor januari 2018 geldt $N = 6,5 \cdot 1,012^{12,5} = 7,54\dots$ en $P = 2,35(1 + e^{0,0275 \cdot 38}) = 9,03\dots$,
dus waren er $0,0903\dots \cdot 7,54\dots \approx 0,681$ miljard mensen met diabetes.

De procentuele toename is dus $\frac{0,681 - 0,529}{0,529} \times 100\% \approx 29\%$.

57 $N = \frac{5000}{1 + 19e^{-0.175t}}$ geeft

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(1 + 19e^{-0.175t}) \cdot 0 - 5000 \cdot 19e^{-0.175t} \cdot -0.175}{(1 + 19e^{-0.175t})^2} = \frac{16625e^{-0.175t}}{(1 + 19e^{-0.175t})^2}$$

Voer in $y_1 = \frac{16625e^{-0.175x}}{(1 + 19e^{-0.175x})^2}$.



De grafiek van $\frac{dN}{dt}$ ligt geheel boven de t -as, dus de grafiek van N is stijgend.

De grafiek van $\frac{dN}{dt}$ is eerst stijgend, dus dan is de grafiek van N toenemend stijgend.

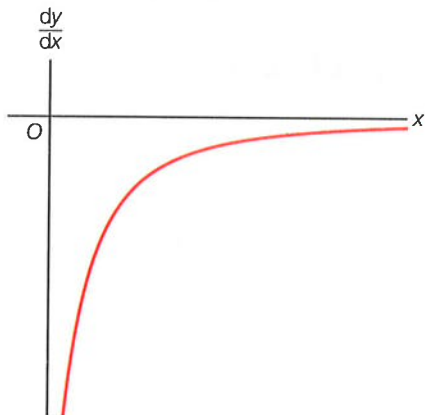
De grafiek van $\frac{dN}{dt}$ is daarna dalend, dus dan is de grafiek van N afnemend stijgend.

De optie maximum bij y_1 geeft $x = 16,82...$ en $y = 218,75$.

Bij $t = 16,8$ gaat de grafiek van N over van toenemend stijgend naar afnemend stijgend.

58 a $y = \frac{x+11}{x+1}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1) \cdot 1 - (x+11) \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x-11}{(x+1)^2} = \frac{-10}{(x+1)^2}$.

Voer in $y_1 = \frac{-10}{(x+1)^2}$.



b Omdat de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ geheel onder de x -as ligt is de grafiek van y dalend.

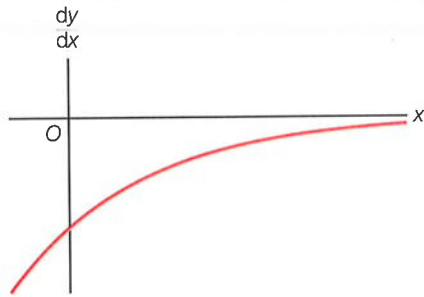
c Omdat de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ bovendien stijgend is, worden de hellingen steeds groter.

De grafiek van y is dus afnemend dalend.

Bladzijde 127

59 a $y = 100e^{-0,1x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 100e^{-0,1x} \cdot -0,1 = -10e^{-0,1x}$.

Voer in $y_1 = -10e^{-0,1x}$.

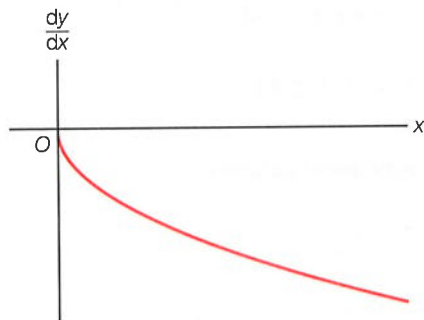


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel onder de x -as, dus de grafiek van y is dalend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is afnemend dalend.

b $y = 5 - x\sqrt{x} = 5 - x^{1\frac{1}{2}}$ geeft $\frac{dy}{dx} = -1\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} = -1\frac{1}{2}\sqrt{x}$.

Voer in $y_1 = -1\frac{1}{2}\sqrt{x}$.

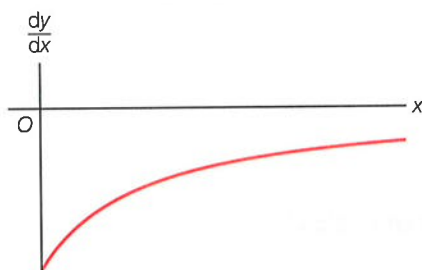


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt onder de x -as, dus de grafiek van y is dalend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is toenemend dalend.

c $y = 10 - \ln(3x + 20)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 0 - \frac{1}{3x + 20} \cdot 3 = \frac{-3}{3x + 20}$.

Voer in $y_1 = \frac{-3}{3x + 20}$.

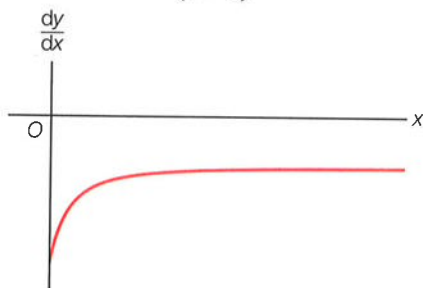


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel onder de x -as, dus de grafiek van y is dalend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is afnemend dalend.

d $y = \frac{3-x^2}{x+1}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1) \cdot -2x - (3-x^2) \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{-2x^2 - 2x - 3 + x^2}{(x+1)^2} = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x+1)^2}$.

Voer in $y_1 = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x+1)^2}$.

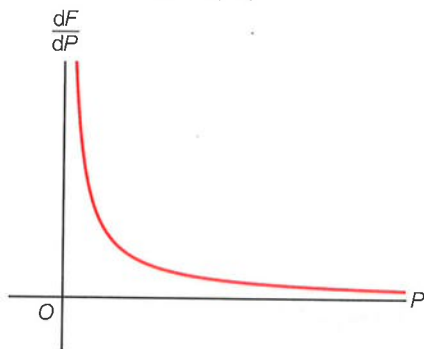


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel onder de x -as, dus de grafiek van y is dalend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is afnemend dalend.

60 a $F = 5 \cdot \log(P) + 6$ geeft $\frac{dF}{dP} = 5 \cdot \frac{1}{P \cdot \ln(10)} = \frac{5}{P \cdot \ln(10)}$.

Voer in $y_1 = \frac{5}{x \cdot \ln(10)}$.

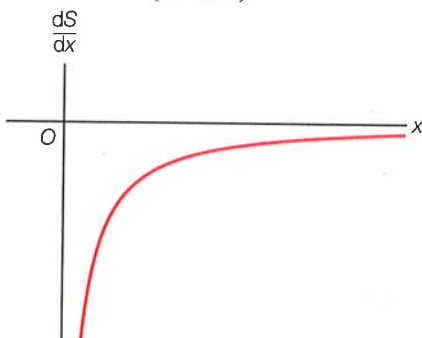


De grafiek van $\frac{dF}{dP}$ ligt geheel boven de P -as, dus de grafiek van F is stijgend.

De grafiek van $\frac{dF}{dP}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van F is afnemend stijgend.

b $S = \frac{20}{1+x^{0,5}}$ geeft $\frac{dS}{dx} = \frac{(1+x^{0,5}) \cdot 0 - 20 \cdot 0,5x^{-0,5}}{(1+x^{0,5})^2} = \frac{-10x^{-0,5}}{(1+x^{0,5})^2}$.

Voer in $y_1 = \frac{-10x^{-0,5}}{(1+x^{0,5})^2}$.

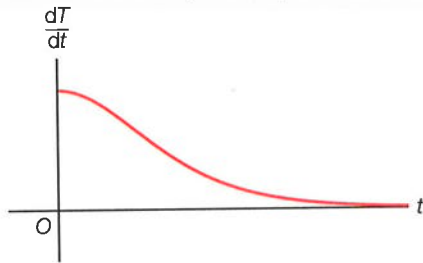


De grafiek van $\frac{dS}{dx}$ ligt geheel onder de x -as, dus de grafiek van S is dalend.

De grafiek van $\frac{dS}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van S is afnemend dalend.

$$c \quad T = \frac{20}{1 + 0,5^t} \text{ geeft } \frac{dT}{dt} = \frac{(1 + 0,5^t) \cdot 0 - 20 \cdot 0,5^t \cdot \ln(0,5)}{(1 + 0,5^t)^2} = \frac{-20 \ln(0,5) \cdot 0,5^t}{(1 + 0,5^t)^2}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{-20 \ln(0,5) \cdot 0,5^x}{(1 + 0,5^x)^2}.$$

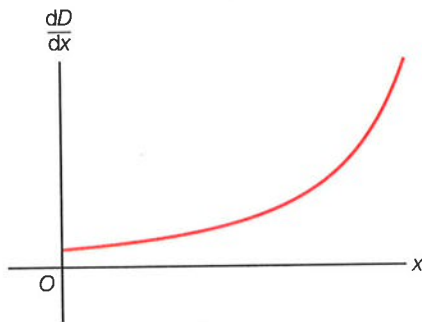


De grafiek van $\frac{dT}{dt}$ ligt geheel boven de t -as, dus de grafiek van T is stijgend.

De grafiek van $\frac{dT}{dt}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van T is afnemend stijgend.

$$d \quad D = \frac{x + 200}{20 - x} \text{ geeft } \frac{dD}{dx} = \frac{(20 - x) \cdot 1 - (x + 200) \cdot -1}{(20 - x)^2} = \frac{20 - x + x + 200}{(20 - x)^2} = \frac{220}{(20 - x)^2}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{220}{(20 - x)^2}.$$



De grafiek van $\frac{dD}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van D is stijgend.

De grafiek van $\frac{dD}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van D is toenemend stijgend.

Bladzijde 128

61 a gemiddelde snelheid = $\frac{42,195}{4\frac{59}{60}} = 8,46... \text{ km/uur} \approx 2,35 \text{ m/s}$

b $18 \text{ km/uur} = 5 \text{ m/s}$
 $L = 30$ en $v = 5$ geeft $a(2 \cdot 30^{0,7} - 1,25 \cdot 30^{0,8}) = 5$

$$a = \frac{5}{2 \cdot 30^{0,7} - 1,25 \cdot 30^{0,8}} \approx 1,898$$

Dus $a = 1,898$.

c $v = 1,90(2 \cdot 80^{0,7} - 1,25 \cdot 80^{0,8}) = 2,555... \text{ m/s}$

Zijn eindtijd is $\frac{42195}{2,555...} \approx 16510 \text{ seconden} \approx 4 \text{ uur en } 35 \text{ minuten}.$

d $v = 2,35$ en $L = 81$ geeft $a(2 \cdot 81^{0,7} - 1,25 \cdot 81^{0,8}) = 2,35$

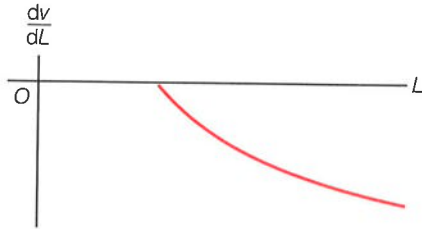
$$a = \frac{2,35}{2 \cdot 81^{0,7} - 1,25 \cdot 81^{0,8}} \approx 1,80$$

$L = 40$ en $a = 1,80$ geeft $v = 1,80(2 \cdot 40^{0,7} - 1,25 \cdot 40^{0,8}) = 4,579... \text{ m/s}.$

Zijn eindtijd zou zijn $\frac{42195}{4,579...} \approx 9214 \text{ seconden} \approx 2 \text{ uur en } 34 \text{ minuten}.$

e $v = a(2L^{0,7} - 1,25L^{0,8})$ geeft $\frac{dv}{dL} = a(1,4L^{-0,3} - L^{-0,2})$.

Kies bijvoorbeeld $a = 1,90$ en voer in $y_1 = 1,90(1,4x^{-0,3} - x^{-0,2})$.



De grafiek van $\frac{dv}{dL}$ ligt voor $30 \leq L \leq 90$ geheel onder de L -as, dus de grafiek van v is dalend.

De grafiek van $\frac{dv}{dL}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van v is toenemend dalend.

De snelheid waarmee de snelheid afneemt wordt dus steeds groter.

62 a $A = 100 - 90 \cdot 0,8^t$ geeft $\frac{dA}{dt} = 0 - 90 \cdot 0,8^t \cdot \ln(0,8) \approx 20,1 \cdot 0,8^t$.

b Voor $t \geq 0$ is $0,8^t$ positief, dus ook $20,1 \cdot 0,8^t$ is positief.
De grafiek van A stijgt dus.

c Als t toeneemt, dan neemt $0,8^t$ af, dus dan neemt $20,1 \cdot 0,8^t$ af.

Dus als t toeneemt, dan neemt $\frac{dA}{dt}$ af.

d De grafiek van A stijgt en $\frac{dA}{dt}$ neemt af, dus de grafiek van A is afnemend stijgend.

Bladzijde 130

63 Als $(t+1)^2$ toeneemt, dan wordt de noemer van $\frac{-1498}{(t+1)^2}$ groter.

Omdat de teller negatief is, zal de breuk steeds minder negatief, dus groter worden.

Dat betekent dat $\frac{-1498}{(t+1)^2}$ toeneemt.

64 a $N = \frac{1500 + 50t}{330 + 0,25t}$ geeft

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(330 + 0,25t) \cdot 50 - (1500 + 50t) \cdot 0,25}{(330 + 0,25t)^2} = \frac{16500 + 12,5t - 375 - 12,5t}{(330 + 0,25t)^2} = \frac{16125}{(330 + 0,25t)^2}$$

Omdat de teller positief is en de noemer voor $t \geq 0$ positief, is $\frac{16125}{(330 + 0,25t)^2}$ positief.

De grafiek van N is dus stijgend.

Als t toeneemt, dan neemt $330 + 0,25t$ toe en dan neemt $(330 + 0,25t)^2$ toe voor $t \geq 0$.

Dus dan neemt $\frac{16125}{(330 + 0,25t)^2}$ af.

De grafiek van N is afnemend stijgend.

b $T = 315 e^{0,28t}$ geeft $\frac{dT}{dt} = 315 e^{0,28t} \cdot 0,28 = 88,2 e^{0,28t}$.

$e^{0,28t}$ is positief, dus $88,2 e^{0,28t}$ is positief.

De grafiek van T is dus stijgend.

$e^{0,28t} = (e^{0,28})^t \approx 1,32^t$, dus $\frac{dT}{dt} \approx 88,2 \cdot 1,32^t$.

Als t toeneemt, dan neemt $1,32^t$ toe en dan neemt $88,2 \cdot 1,32^t$ toe.

De grafiek van T is toenemend stijgend.

c $S = 50 - \frac{30}{x} = 50 - 30x^{-1}$ geeft $\frac{dS}{dx} = 30x^{-2} = \frac{30}{x^2}$.

Voor $x > 0$ is x^2 positief, dus $\frac{30}{x^2}$ is positief.

De grafiek van S is dus stijgend.

Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe en dan neemt $\frac{30}{x^2}$ af.

De grafiek van S is afnemend stijgend.

d $B = 3 - \ln(2n)$ geeft $\frac{dB}{dn} = 0 - \frac{1}{2n} \cdot 2 = -\frac{1}{n}$.

Voor $n > 0$ is $-\frac{1}{n}$ negatief.

De grafiek van B is dus dalend.

Als n toeneemt, dan neemt $-\frac{1}{n}$ toe.

De grafiek van B is afnemend dalend.

65 a $N = 5 + {}^2\log(3x)$ geeft $\frac{dN}{dx} = \frac{1}{3x \cdot \ln(2)} \cdot 3 = \frac{1}{x \cdot \ln(2)}$.

Voor $x > 0$ is $\frac{1}{x \cdot \ln(2)}$ positief.

De grafiek van N is dus stijgend.

Als x toeneemt, dan neemt $x \cdot \ln(2)$ toe en dan neemt $\frac{1}{x \cdot \ln(2)}$ af.

De grafiek van N is afnemend stijgend.

b $R = 50 - 1,2^n$ geeft $\frac{dR}{dn} = 0 - 1,2^n \cdot \ln(1,2) \approx -0,18 \cdot 1,2^n$.

$1,2^n$ is positief, dus $-0,18 \cdot 1,2^n$ is negatief.

De grafiek van R is dus dalend.

Als n toeneemt, dan neemt $1,2^n$ toe en dan neemt $-0,18 \cdot 1,2^n$ af.

De grafiek van R is toenemend dalend.

c $F = 1,5 + 2,5t^{-0,5}$ geeft $\frac{dF}{dt} = 0 - 1,25t^{-1,5} = -1,25t^{-1,5}$.

Voor $t > 0$ is $t^{-1,5}$ positief, dus $-1,25t^{-1,5}$ is negatief.

De grafiek van F is dus dalend.

Als t toeneemt, dan neemt $t^{-1,5}$ af en dan neemt $-1,25t^{-1,5}$ toe.

De grafiek van F is afnemend dalend.

d $L = 3,6 \cdot 1,19^{0,73t+1,15}$ geeft

$$\frac{dL}{dt} = 3,6 \cdot 1,19^{0,73t+1,15} \cdot \ln(1,19) \cdot 0,73 \approx 0,46 \cdot 1,19^{0,73t+1,15}.$$

$1,19^{0,73t+1,15}$ is positief, dus $0,46 \cdot 1,19^{0,73t+1,15}$ is positief.

De grafiek van L is dus stijgend.

Als t toeneemt, dan neemt $0,73t + 1,15$ toe, dan neemt $1,19^{0,73t+1,15}$ toe en dan neemt $0,46 \cdot 1,19^{0,73t+1,15}$ toe.

De grafiek van L is toenemend stijgend.

66 a $x = 4,5$ geeft $R = 150 - \frac{50}{1 + 4,5} = 140,90\dots$

$$x = 6,5 \text{ geeft } R = 150 - \frac{50}{1 + 6,5} = 143,33\dots$$

$$\text{De procentuele toename is } \frac{143,33\dots - 140,90\dots}{140,90\dots} \times 100\% \approx 1,7\%.$$

b Als x toeneemt, dan neemt $1 + x$ toe en dan neemt $\frac{50}{1 + x}$ af, dus dan neemt

$$150 - \frac{50}{1 + x} \text{ toe.}$$

De grafiek van R is dus stijgend.

c $R = 150 - \frac{50}{1+x}$ geeft $\frac{dR}{dx} = 0 - \frac{(1+x) \cdot 0 - 50 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{50}{(1+x)^2}$.

Voor $0 \leq x \leq 10$ is $(1+x)^2$ positief, dus $\frac{50}{(1+x)^2}$ is positief.

De grafiek van R is dus stijgend.

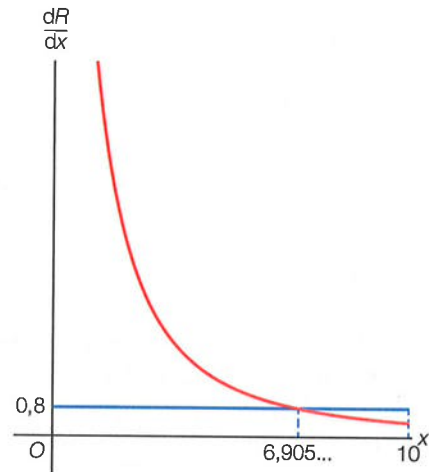
Als x toeneemt, dan neemt $(1+x)^2$ toe en dan neemt $\frac{50}{(1+x)^2}$ af.

De grafiek van R is afnemend stijgend.

d Los op $\frac{50}{(1+x)^2} < 0,8$.

Voer in $y_1 = \frac{50}{(1+x)^2}$ en $y_2 = 0,8$.

De optie snijpunt geeft $x = 6,905\dots$, dus de snelheid is minder dan 0,8 voor $6,91 \leq x \leq 10$.



Bladzijde 131

67 a Als n heel groot is, dan is $5 + 0,1n$ heel groot, dus dan is $\frac{150\,000}{5 + 0,1n} \approx 0$ en

$$O(n) \approx 30\,000 - 0 = 30\,000.$$

De grenswaarde is 30 000 euro.

De dagomzet zal altijd minder dan 30 000 euro zijn.

b Als n toeneemt, dan neemt $0,1n$ toe en dan neemt $5 + 0,1n$ toe.

Dus neemt $\frac{150\,000}{5 + 0,1n}$ af en neemt $30\,000 - \frac{150\,000}{5 + 0,1n}$ toe.

De grafiek van O is dus stijgend.

c $O(n) = 30\,000 - \frac{150\,000}{5 + 0,1n}$ geeft $O'(n) = 0 - \frac{(5 + 0,1n) \cdot 0 - 150\,000 \cdot 0,1}{(5 + 0,1n)^2} = \frac{15\,000}{(5 + 0,1n)^2}$.

Voor $0 \leq n \leq 2000$ is $(5 + 0,1n)^2$ positief, dus $\frac{15\,000}{(5 + 0,1n)^2}$ is positief.

De grafiek van O is dus stijgend.

Als n toeneemt, dan neemt $(5 + 0,1n)^2$ toe en dan neemt $\frac{15\,000}{(5 + 0,1n)^2}$ af.

De grafiek van O is afnemend stijgend.

d De totale dagomzet is $O(2000) \approx 29\,268$ euro.

20% van 2000 is 400, dus bij de 20% bestverkopende artikelen hoort $n = 400$.

$$O(400) \approx 26\,667$$

Dus $\frac{26\,667}{29\,268} \times 100\% \approx 91,1\%$ van de dagomzet wordt opgebracht door de 20% bestverkopende artikelen.

40% van 2000 is 800 en $O(800) \approx 28\,235$.

De 60% slechtstverkopende artikelen brengen dus $29\,268 - 28\,235 = 1033$ euro op.

Dus $\frac{1033}{29\,268} \times 100\% \approx 3,5\%$ van de dagomzet wordt opgebracht door de 60% slechtstverkopende artikelen.

e $K(n) = 8n^{1,05}$ geeft $K'(n) = 8,4n^{0,05}$.

Voor $0 \leq n \leq 2000$ is $n^{0,05}$ positief, dus $8,4n^{0,05}$ is positief.

De grafiek van K is dus stijgend.

Als n toeneemt, dan neemt $n^{0,05}$ toe en dan neemt $8,4n^{0,05}$ toe.

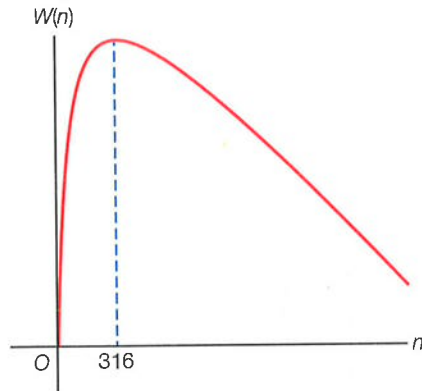
De grafiek van K is toenemend stijgend.

f $W(n) = O(n) - K(n) = 30\,000 - \frac{150\,000}{5 + 0,1n} - 8n^{1,05}$ geeft $W'(n) = \frac{15\,000}{(5 + 0,1n)^2} - 8,4n^{0,05}$.

Los op $W'(n) = 0$.

Voer in $y_1 = \frac{15\,000}{(5 + 0,1x)^2} - 8,4x^{0,05}$.

De optie nulpunt geeft $x \approx 316$.



Uit de schets blijkt dat de winst maximaal is voor $n = 316$.

De winst is dus maximaal bij verkoop van de 316 bestverkochte artikelen.

g
$$W(n) = 30\,000 - \frac{150\,000}{5 + 0,1n} - 8n^{1,05} = \frac{30\,000(5 + 0,1n)}{5 + 0,1n} - \frac{150\,000}{5 + 0,1n} - \frac{8n^{1,05} \cdot (5 + 0,1n)}{5 + 0,1n}$$

$$= \frac{150\,000 + 3000n - 150\,000 - 40n^{1,05} - 0,8n^{2,05}}{5 + 0,1n} = \frac{3000n - 40n^{1,05} - 0,8n^{2,05}}{5 + 0,1n}$$

Dus $a = 3000$, $b = -40$ en $c = -0,8$.

Diagnostische toets

Bladzijde 134

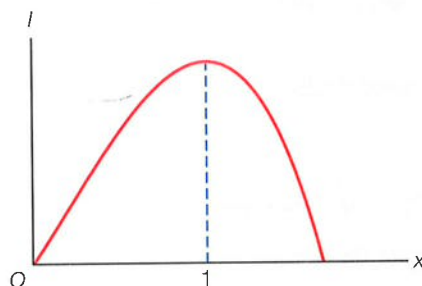
1 a $\text{lengte} = 4 \cdot 2x + 4 \cdot (x + 1) + 4h = 8x + 4x + 4 + 4h = 12x + 4 + 4h$
 $\text{lengte} = 12x + 4 + 4h$
 $\text{lengte} = 24$

$$\left. \begin{array}{l} 12x + 4 + 4h = 24 \\ 4h = -12x + 20 \\ h = -3x + 5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} I = 2x \cdot (x + 1) \cdot h \\ h = -3x + 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} I = 2x \cdot (x + 1) \cdot (-3x + 5) \\ I = 2x \cdot (-3x^2 + 2x + 5) \\ I = -6x^3 + 4x^2 + 10x \end{array}$$

b $I = -6x^3 + 4x^2 + 10x$ geeft $\frac{dI}{dx} = -18x^2 + 8x + 10$.

$x = 1$ geeft $\frac{dI}{dx} = -18 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 10 = 0$



Uit de schets blijkt dat I maximaal is voor $x = 1$.

- 2 a** Voor de materiaalkosten K geldt $K = \text{kosten zijanten} + \text{kosten bodem}$.

$$K = 2xh \cdot 6,25 + 2 \cdot \frac{1}{2}xh \cdot 6,25 + x \cdot \frac{1}{2}x \cdot B$$

$$K = 12,5xh + 18,75xh + \frac{1}{2}Bx^2$$

$$K = 31,25xh + \frac{1}{2}Bx^2$$

$$\left. \begin{array}{l} I = x \cdot \frac{1}{2}x \cdot h = \frac{1}{2}x^2h \\ I = 18 \end{array} \right\} \frac{1}{2}x^2h = 18$$

$$h = \frac{18}{\frac{1}{2}x^2} = \frac{36}{x^2}$$

$$\text{Dus } K = 31,25x \cdot \frac{36}{x^2} + \frac{1}{2}Bx^2 = \frac{375}{x} + \frac{1}{2}Bx^2$$

b $K = 375x^{-1} + \frac{1}{2}Bx^2$ geeft $\frac{dK}{dx} = -375x^{-2} + 3Bx = \frac{-375}{x^2} + 3Bx$

$$\frac{dK}{dx} = 0 \text{ geeft } \frac{-375}{x^2} + 3Bx = 0$$

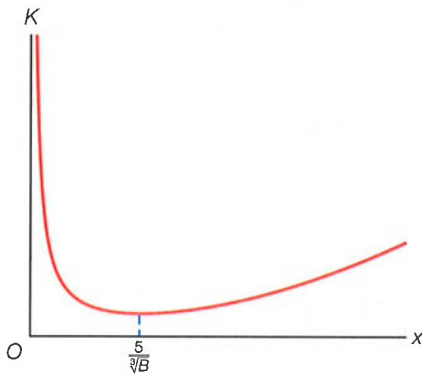
$$3Bx = \frac{375}{x^2}$$

$$3Bx^3 = 375$$

$$x^3 = \frac{125}{B}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{125}{B}} = \frac{5}{\sqrt[3]{B}}$$

Voor elke $B > 0$ heeft de grafiek van K de volgende vorm.



De grafiek van K heeft dus een minimum voor $x = \frac{5}{\sqrt[3]{B}}$.

3 a $y = 8 \cdot \ln(3 - 2x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 8 \cdot \frac{1}{3 - 2x} \cdot -2 = \frac{-16}{3 - 2x}$.

b $y = 8,2 \cdot {}^3\log(x + 5,6)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 8,2 \cdot \frac{1}{(x + 5,6) \cdot \ln(3)} = \frac{8,2}{(x + 5,6) \cdot \ln(3)}$.

c $y = 4x^2 + \log(x^2 + x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 8x + \frac{1}{(x^2 + x) \cdot \ln(10)} \cdot (2x + 1) = 8x + \frac{2x + 1}{(x^2 + x) \cdot \ln(10)}$.

d $y = -0,6 \cdot \ln(7x^2)$ geeft $\frac{dy}{dx} = -0,6 \cdot \frac{1}{7x^2} \cdot 14x = \frac{-8,4x}{7x^2} = \frac{-8,4}{7x} \left(= \frac{-1,2}{x} \right)$.

4 a $y = x^3 \cdot {}^3\log(x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 3x^2 \cdot {}^3\log(x) + x^3 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln(3)} = 3x^2 \cdot {}^3\log(x) + \frac{x^2}{\ln(3)}$.

b $K = q^{1,3} \cdot e^{3-2q}$ geeft

$$\frac{dK}{dq} = 1,3q^{0,3} \cdot e^{3-2q} + q^{1,3} \cdot e^{3-2q} \cdot -2 = 1,3q^{0,3} \cdot e^{3-2q} - 2q^{1,3} \cdot e^{3-2q}$$

c $B = e^3 \cdot {}^3\log(n)$ geeft $\frac{dB}{dn} = e^3 \cdot \frac{1}{n \cdot \ln(3)} = \frac{e^3}{n \cdot \ln(3)}$.

d $N = t\sqrt{3 - t^2} + 5t = t(3 - t^2)^{0,5} + 5t$ geeft

$$\frac{dN}{dt} = 1 \cdot (3 - t^2)^{0,5} + t \cdot 0,5(3 - t^2)^{-0,5} \cdot -2t + 5 = \sqrt{3 - t^2} - \frac{t^2}{\sqrt{3 - t^2}} + 5$$

- 5 a** $y = \frac{4x}{2-3x^4}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(2-3x^4) \cdot 4 - 4x \cdot -12x^3}{(2-3x^4)^2} = \frac{8-12x^4+48x^4}{(2-3x^4)^2} = \frac{36x^4+8}{(2-3x^4)^2}$.
- b** $F = \frac{18}{3,5 + e^{0,12t}}$ geeft $\frac{dF}{dt} = \frac{(3,5 + e^{0,12t}) \cdot 0 - 18 \cdot e^{0,12t} \cdot 0,12}{(3,5 + e^{0,12t})^2} = \frac{-2,16 \cdot e^{0,12t}}{(3,5 + e^{0,12t})^2}$.
- c** $N = \frac{t}{\ln(0,5t) + 2}$ geeft
- $$\frac{dN}{dt} = \frac{(\ln(0,5t) + 2) \cdot 1 - t \cdot \frac{1}{0,5t} \cdot 0,5}{(\ln(0,5t) + 2)^2} = \frac{\ln(0,5t) + 2 - 1}{(\ln(0,5t) + 2)^2} = \frac{\ln(0,5t) + 1}{(\ln(0,5t) + 2)^2}.$$
- d** $p = q^2 \cdot \ln(2q + 5)$ geeft
- $$\frac{dp}{dq} = 2q \cdot \ln(2q + 5) + q^2 \cdot \frac{1}{2q + 5} \cdot 2 = 2q \cdot \ln(2q + 5) + \frac{2q^2}{2q + 5}.$$

Bladzijde 135

- 6 a** Als t toeneemt, dan neemt $0,78^t$ af, dus dan neemt $12 \cdot 0,78^t$ af, dus ook $200 + 12 \cdot 0,78^t$ neemt af. Daarom neemt $\frac{5000}{200 + 12 \cdot 0,78^t}$ toe.
- De grafiek van N is stijgend.
- b** Als t heel groot wordt, dan nadert $0,78^t$ tot 0, dus dan wordt $12 \cdot 0,78^t \approx 0$ en dan wordt $200 + 12 \cdot 0,78^t \approx 200 + 0 = 200$. Dan wordt $\frac{5000}{200 + 12 \cdot 0,78^t} \approx \frac{5000}{200} = 25$.
- Het verzadigingsniveau is 25.
- 7 a** stijgen of dalen
- Als t toeneemt, dan neemt $2t$ toe, dus dan neemt $2t + 1$ toe en dan neemt $\frac{7}{2t+1}$ af.
- Daarom neemt $4 - \frac{7}{2t+1}$ toe.
- De grafiek van K is stijgend.
- grenswaarde
- Als t heel groot wordt, dan wordt $2t$ heel groot, dus dan wordt $2t + 1$ heel groot en dan nadert $\frac{7}{2t+1}$ tot 0. Dus dan wordt $4 - \frac{7}{2t+1} \approx 4 - 0 = 4$.
- De grenswaarde is 4.
- b** stijgen of dalen
- Als x toeneemt, dan neemt $0,3^x$ af, dus dan neemt $50 \cdot 0,3^x$ af.
- Als x toeneemt, dan neemt $\sqrt{x}$ toe, dus dan neemt $\sqrt{x} + 2$ toe.
- Van $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2}$ neemt de teller af en de noemer toe, dus $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2}$ neemt af en dus neemt ook $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2} + 1200$ af.
- De grafiek van y is dalend.
- grenswaarde
- Als x heel groot wordt, dan nadert $0,3^x$ tot 0, dus dan wordt $50 \cdot 0,3^x \approx 0$.
- Als x heel groot wordt, dan wordt $\sqrt{x}$ heel groot, dus dan wordt $\sqrt{x} + 2$ heel groot.
- Dan nadert $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2}$ tot nul en wordt $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2} + 1200 \approx 0 + 1200 = 1200$.
- De grenswaarde is 1200.
- 8 a** $y = \frac{50}{(3x+4)^2}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(3x+4)^2 \cdot 0 - 50 \cdot 2(3x+4) \cdot 3}{(3x+4)^4} = \frac{-300(3x+4)}{(3x+4)^4} = \frac{-300}{(3x+4)^3}$
- De teller -300 is negatief en de noemer $(3x+4)^3$ is positief voor $x \geq 0$. Dus $\frac{-300}{(3x+4)^3}$ is negatief voor $x \geq 0$.
- De grafiek van y is dus dalend voor $x \geq 0$.

b Los op $\frac{dy}{dx} = -0,3$.

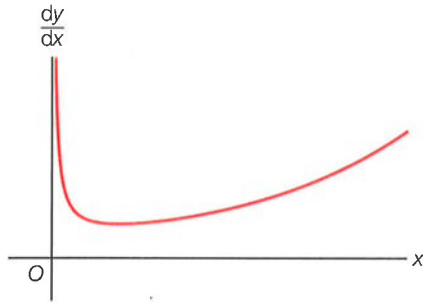
Voer in $y_1 = \frac{-300}{(3x+4)^3}$ en $y_2 = -0,3$.

De optie snijpunt geeft $x = 5$.

Dus voor $x = 5$ is de snelheid waarmee y verandert gelijk aan $-0,3$.

9 a $y = 0,2 \cdot \ln(x) + e^{0,2x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 0,2 \cdot \frac{1}{x} + e^{0,2x} \cdot 0,2 = \frac{0,2}{x} + 0,2 e^{0,2x}$.

Voer in $y_1 = \frac{0,2}{x} + 0,2 e^{0,2x}$.



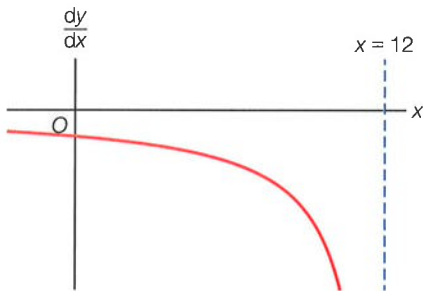
De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

b De optie minimum geeft $x \approx 1,86$.

Dus voor $x = 1,86$ is de snelheid waarmee y toeneemt minimaal.

10 a $y = \log(60 - 5x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(60 - 5x) \cdot \ln(10)} \cdot -5 = \frac{-5}{(60 - 5x) \cdot \ln(10)}$.

Voer in $y_1 = \frac{-5}{(60 - 5x) \cdot \ln(10)}$.

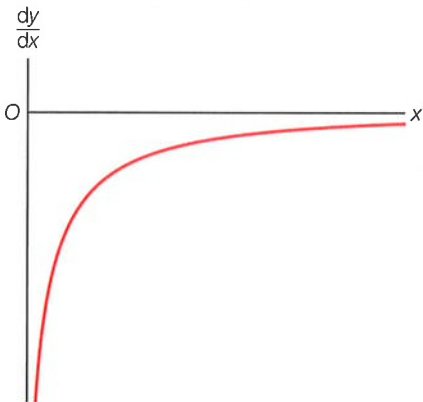


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt voor $x < 12$ geheel onder de x -as, dus de grafiek van y is dalend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is toenemend dalend.

b $y = \frac{5}{2 + x^{0,75}}$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{(2 + x^{0,75}) \cdot 0 - 5 \cdot 0,75x^{-0,25}}{(2 + x^{0,75})^2} = \frac{-3,75x^{-0,25}}{(2 + x^{0,75})^2}$.

Voer in $y_1 = \frac{-3,75x^{-0,25}}{(2 + x^{0,75})^2}$.

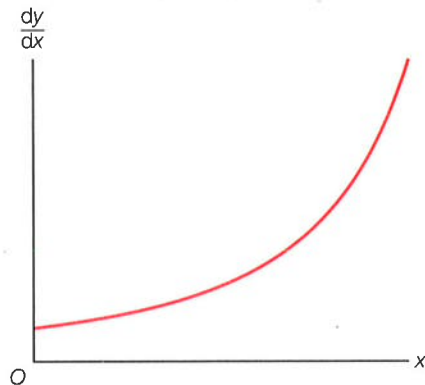


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel onder de x -as, dus de grafiek van y is dalend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is afnemend dalend.

$$c \quad y = \frac{x+5}{15-x} \text{ geeft } \frac{dy}{dx} = \frac{(15-x) \cdot 1 - (x+5) \cdot (-1)}{(15-x)^2} = \frac{15-x+x+5}{(15-x)^2} = \frac{20}{(15-x)^2}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{20}{(15-x)^2}.$$

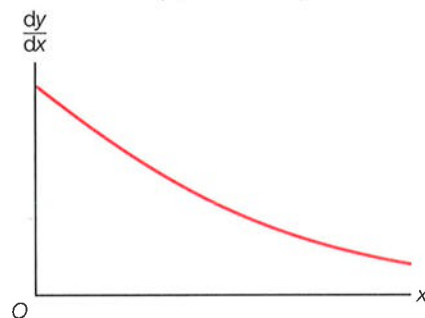


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt voor $0 < x < 15$ geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is toenemend stijgend.

$$d \quad y = \frac{20,75}{4,15 + e^{-0,23x}} \text{ geeft } \frac{dy}{dx} = \frac{(4,15 + e^{-0,23x}) \cdot 0 - 20,75 \cdot e^{-0,23x} \cdot (-0,23)}{(4,15 + e^{-0,23x})^2} = \frac{4,7725 e^{-0,23x}}{(4,15 + e^{-0,23x})^2}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{4,7725 e^{-0,23x}}{(4,15 + e^{-0,23x})^2}.$$



De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt voor $x > 0$ geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is afnemend stijgend.

11 a Voer in $y_1 = 12000 \cdot e^{-0,1x}$ en $y_2 = 5000$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 8,8$, dus 8,8 jaar na ingebruikname.

b Aantonen dat de grafiek van W afnemend dalend is.

$$W = 12000 \cdot e^{-0,1t} \text{ geeft } \frac{dW}{dt} = 12000 \cdot e^{-0,1t} \cdot (-0,1) = -1200 \cdot e^{-0,1t}.$$

$e^{-0,1t}$ is positief, dus $-1200 \cdot e^{-0,1t}$ is negatief.

De grafiek van W is dus dalend.

$$e^{-0,1t} = (e^{-0,1})^t \approx 0,90^t, \text{ dus } \frac{dW}{dt} \approx -1200 \cdot 0,90^t.$$

Als t toeneemt, dan neemt $0,90^t$ af en dan neemt $-1200 \cdot 0,90^t$ toe.

De grafiek van W is afnemend dalend.

c Los op $-1200 \cdot e^{-0,1x} = -400$.

$$\text{Voer in } y_1 = -1200 \cdot e^{-0,1x} \text{ en } y_2 = -400.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 11$, dus 11 jaar na ingebruikname.